

Astrometric Method

$$\theta'' = \left(\frac{M_p}{M_*} \right) \left(\frac{a}{r} \right) \approx \frac{10^{-3}}{r(pc)} \left[\frac{P(yr)}{M_*(\odot)} \right]^{2/3} M_p(J)$$

$$V_r(m/s) \approx \frac{30}{[P(yr)]^{1/3}} \frac{M_p(J) \sin i}{[M_*(\odot)]^{2/3}}$$

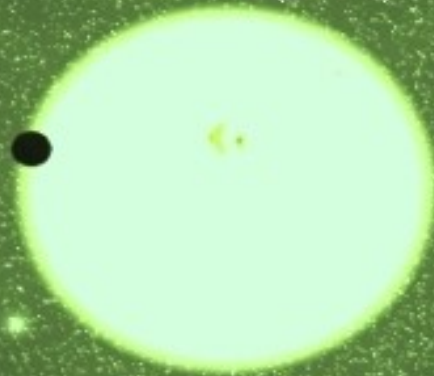
Microensing Method

$$R_E^2 = \frac{4GMD}{c^2}, \quad D = \frac{D_{ds}D_d}{D_s}, \quad t_0 = \frac{R_E}{V_e}$$

$$t_0 = \frac{2D_L\theta_E}{V_L} = \frac{2D_L}{V_L} \sqrt{\frac{4GM(1-D_d/D_s)}{c^2 D_d}}$$

$$A = \frac{u^2 + 2}{u(u^2 + 4)^{1/2}}, \quad u = \text{impact parameter}$$

$$B \geq \frac{\lambda D}{r} \approx \left(\frac{\lambda}{10 \mu m} \right) \left(\frac{D}{10 pc} \right) \left(\frac{r}{1 AU} \right)^{-1} m$$



Radial Velocity Method

$$K = \left(\frac{2\pi G}{P} \right)^{1/3} \frac{M_p \sin i}{(M_* + M_p)^{2/3}} \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}$$

$$M_p \sin i = \left(\frac{P}{2\pi G} \right)^{1/3} K M_*^{2/3} (1-e^2)^{1/2}$$

Direct Detection

Effective Temperature

$$T_p = \frac{(1-A)^{1/4}}{\sqrt{2}} \left(\frac{R_*}{r} \right)^{1/2} T_*$$

$$A_{\oplus} \sim 0.39, \quad T_* \sim 5770 K, \quad r_{\oplus} \sim 1 AU$$

$$\Rightarrow T_p \sim 280 K \Rightarrow \text{Greenhouse Effect!}$$

AST418

Gezegen Sistemleri ve Oluşumu

Ders 7b : Diğer Keşif Yöntemleri Astrometri Yöntemi

Transit Method

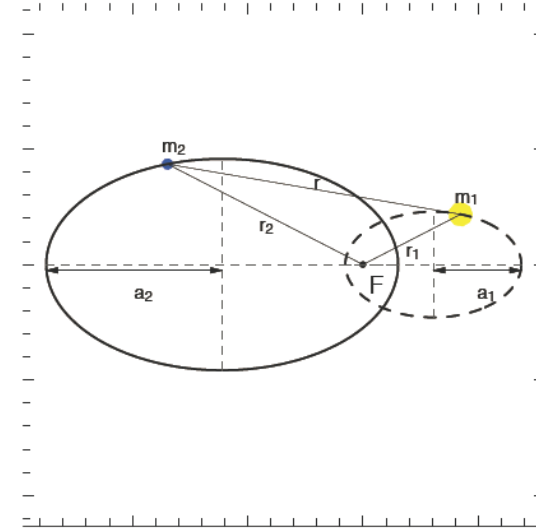
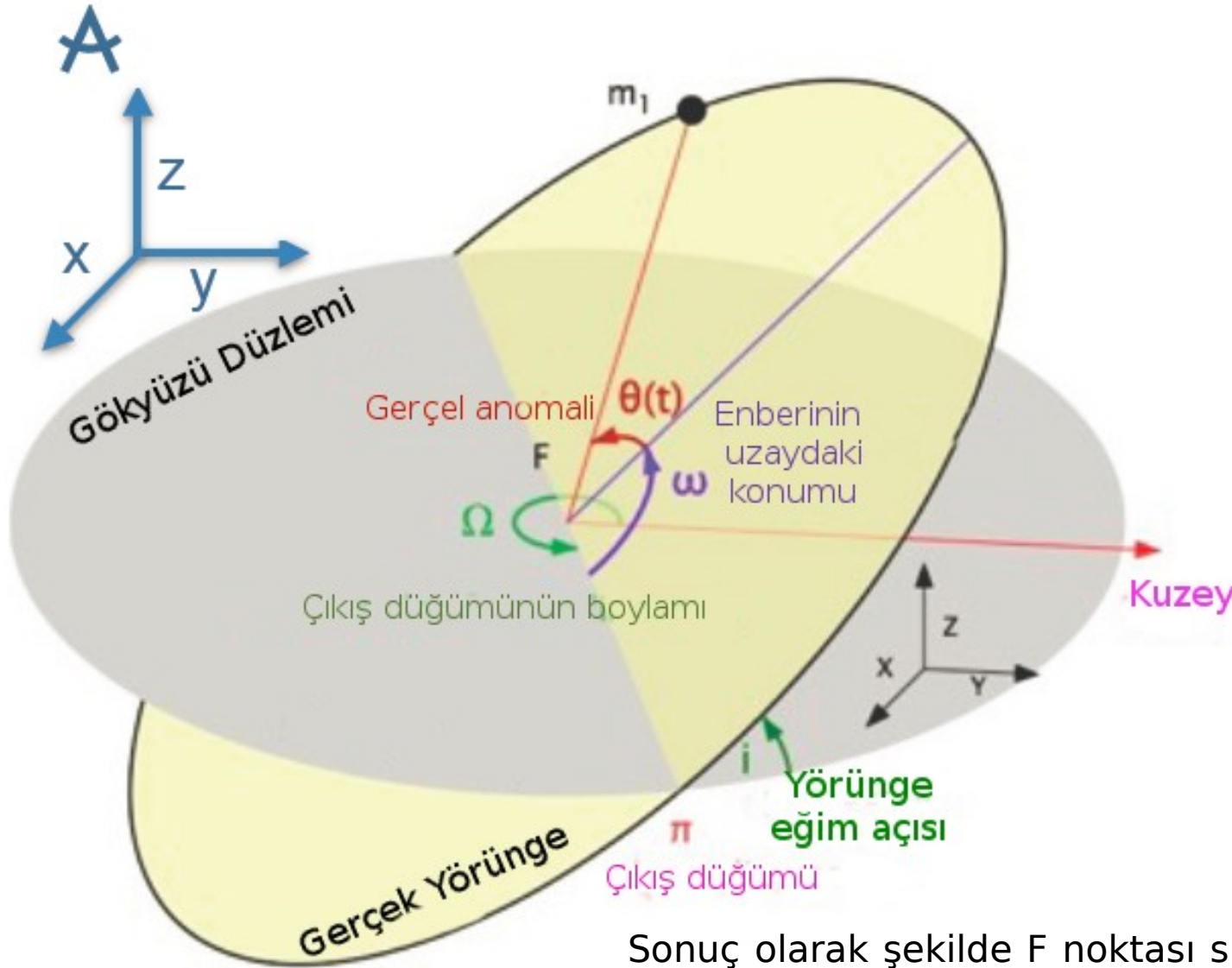
$$\frac{\Delta F}{F} = \left(\frac{R_p}{R_*} \right)^2, \quad t = \frac{P_p}{\pi} \left(\frac{R_* \cos \delta + R_p}{a_p} \right)$$

$$i_{\min} = \cos^{-1} \left(\frac{R_*}{a_p} \right), \quad \cos i = \frac{R_* \sin \delta}{a_p}$$

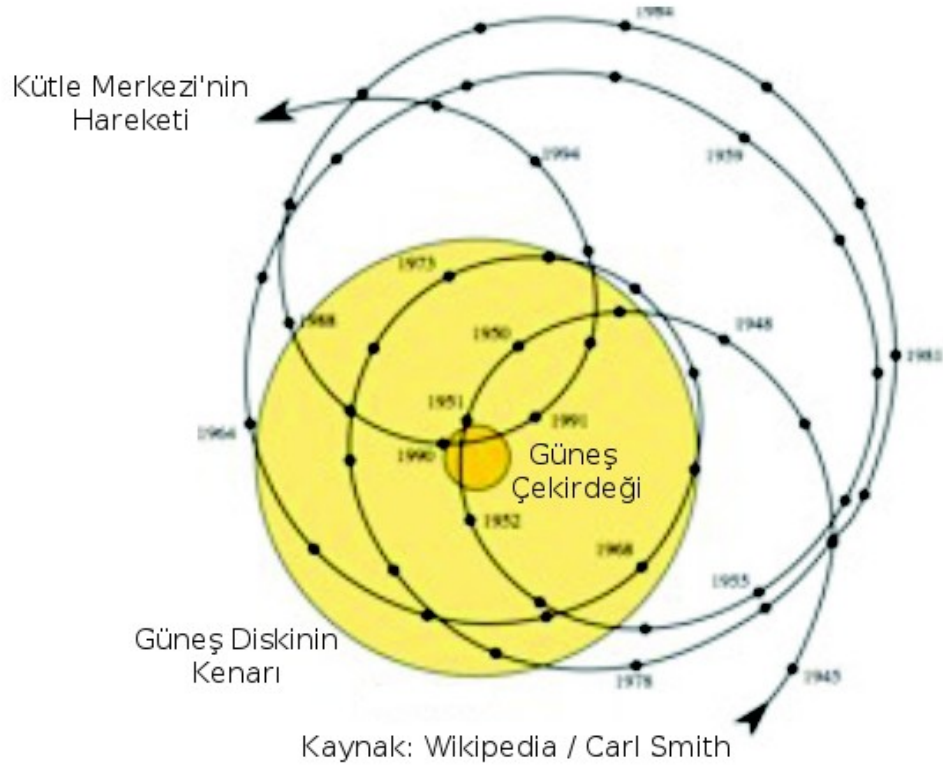
Astrometriyle Gezegen Keşfi



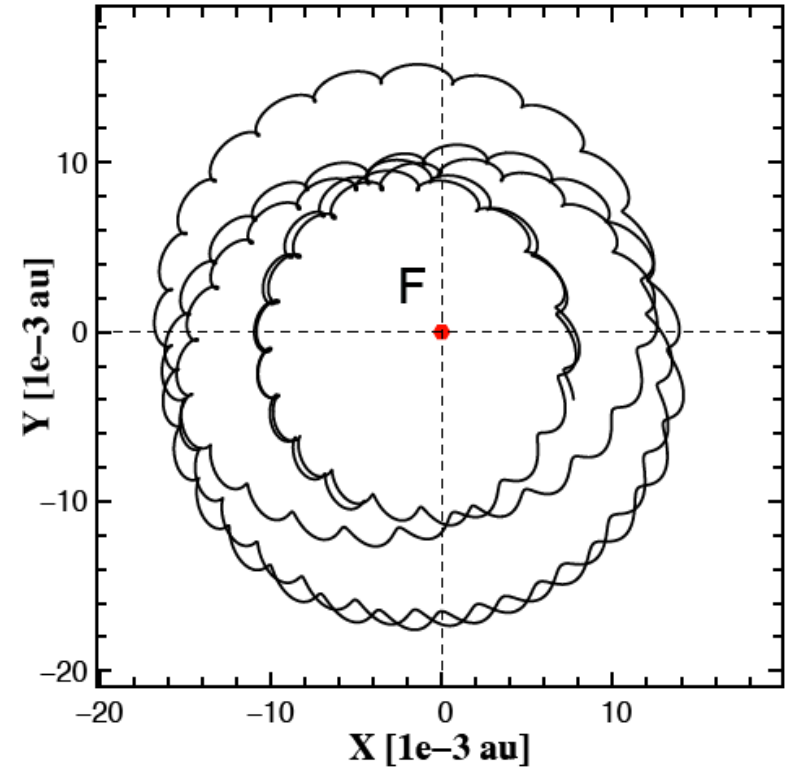
“Astrometri kütle merkezi odaklı yörüngeyi ölçer”



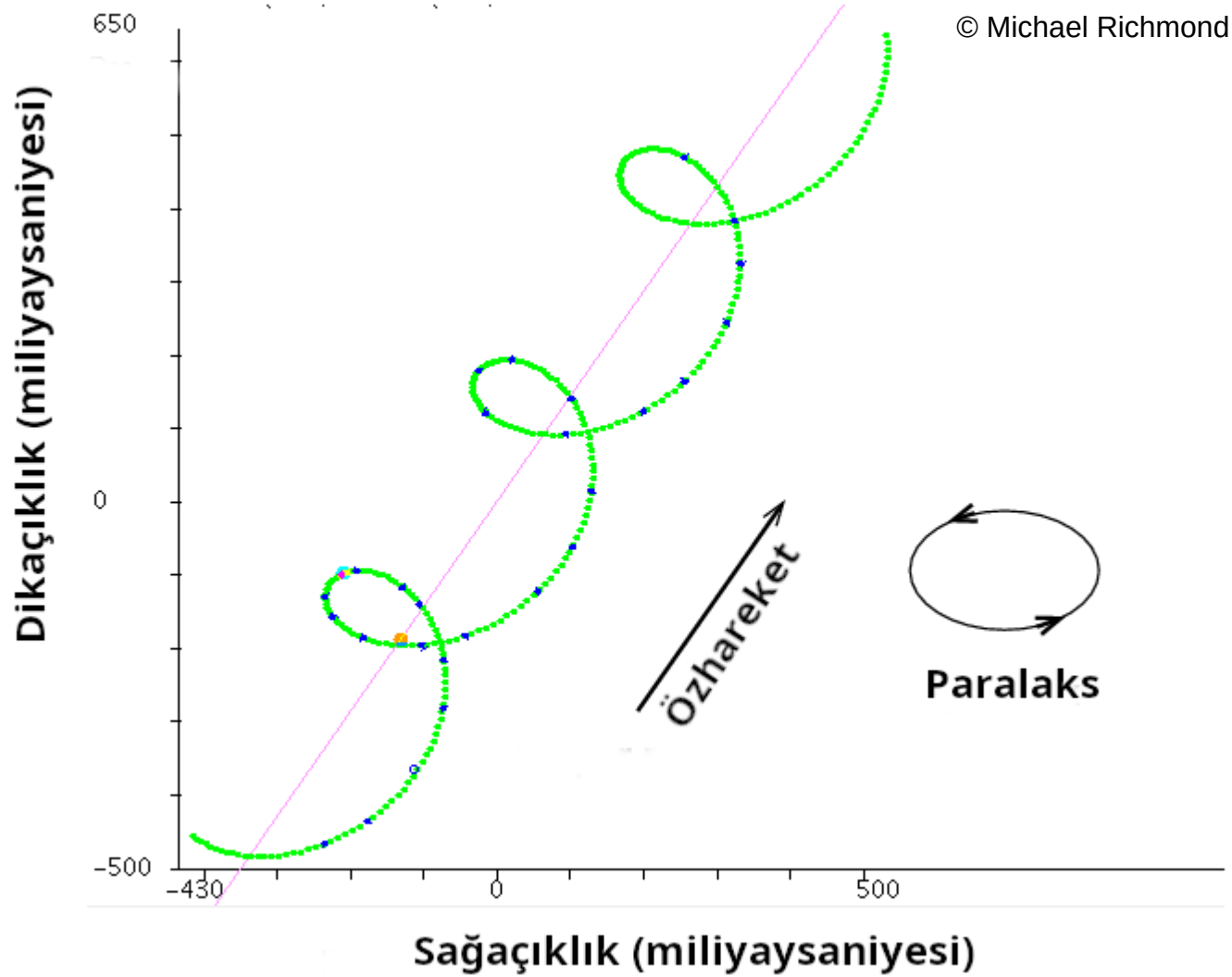
Sonuç olarak şekilde F noktası sistemin kütle merkezi, m_1 ise kütle merkezi etrafında yörünge hareketi yapmakta olan yıldızdır! Bu yöntemde gezegen gözlenemeyebilir!



Güneş'in gezegenlerle ortak kütle merkezinin etrafındaki hareketi (yörüngesi). Gözlemsel noktalar Güneş Sistemi'nin kütle merkezinin Güneş'in disk merkezine göre konumunu göstermektedir.

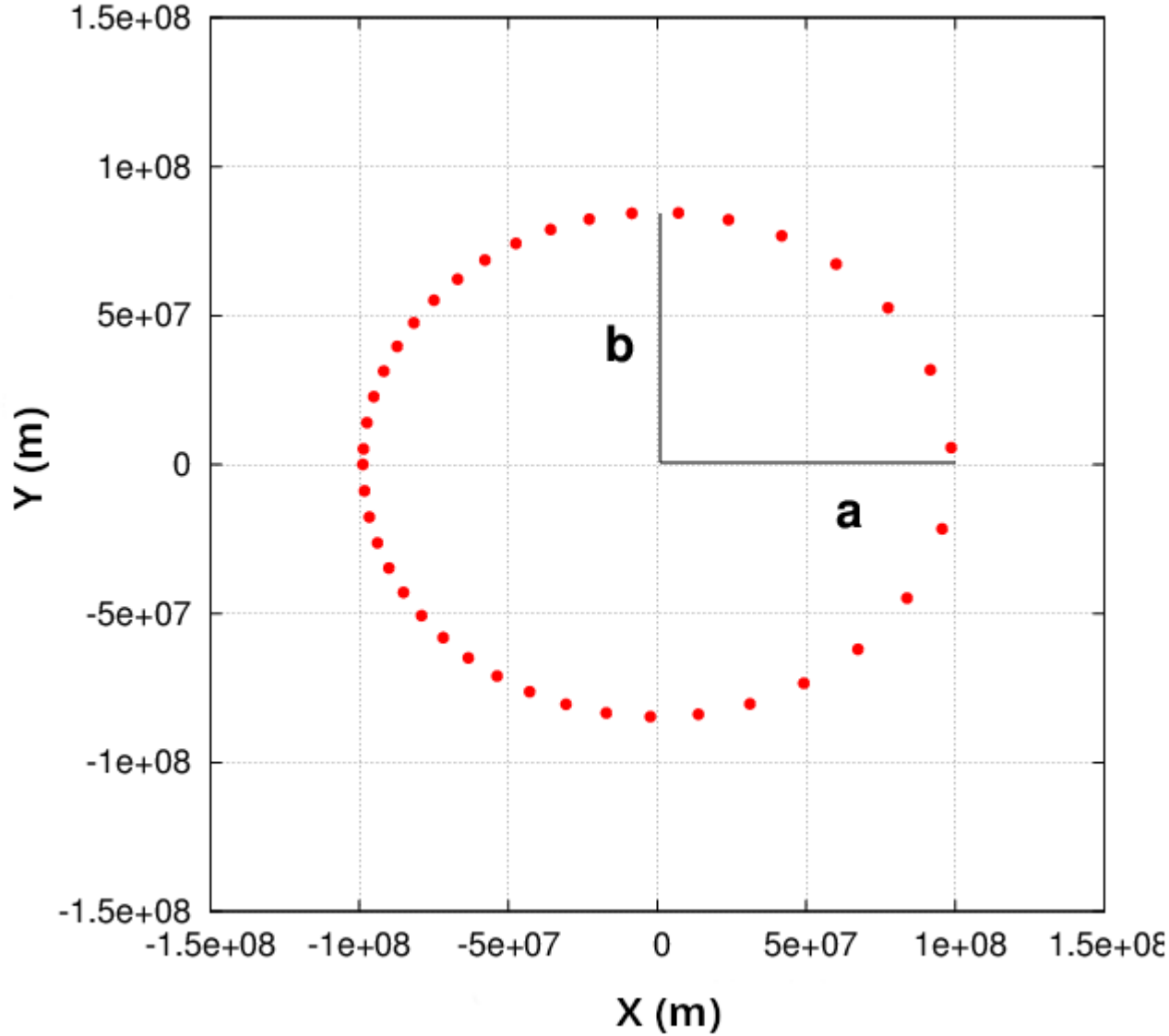


1 $M_{\text{güneş}}$ kütleli bir yıldızın ($P_1 = 44^{\text{gün}}$, $e_1 = 0.47$, $m_{p1} = 2.2 M_{\text{jüp}}$), ($P_2 = 1000^{\text{gün}}$, $e_1 = 0.14$, $m_{p1} = 6.7 M_{\text{jüp}}$), ($P_3 = 3000^{\text{gün}}$, $e_1 = 0.00$, $m_{p1} = 0.9 M_{\text{jüp}}$) parametrelerine sahip üç gezegenle ortak kütle merkezi etrafındaki hareketi (yörüngesi)



Bir yıldızın astrometrik sinyalinin içinde onun galaksideki hareketinden kaynaklanan tek yönlü öz hareket bileşeni ile gözlemcinin (Dünya'nın) Güneş'le ortak kütle merkezi etrafındaki hareketinden kaynaklanan paralaks bileşenleri bulunur. Ötegezegen kaynaklı olabilecek konum değişimleri bu iki etki giderildikten sonraki artıklarda aranır.

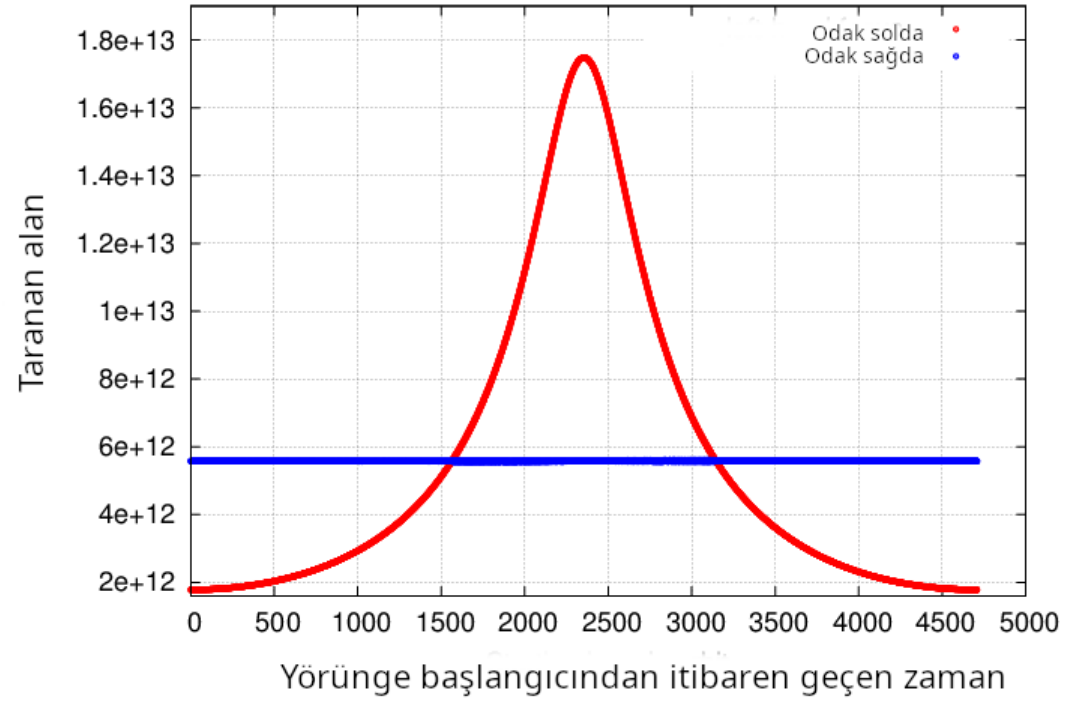
© Michael Richmond



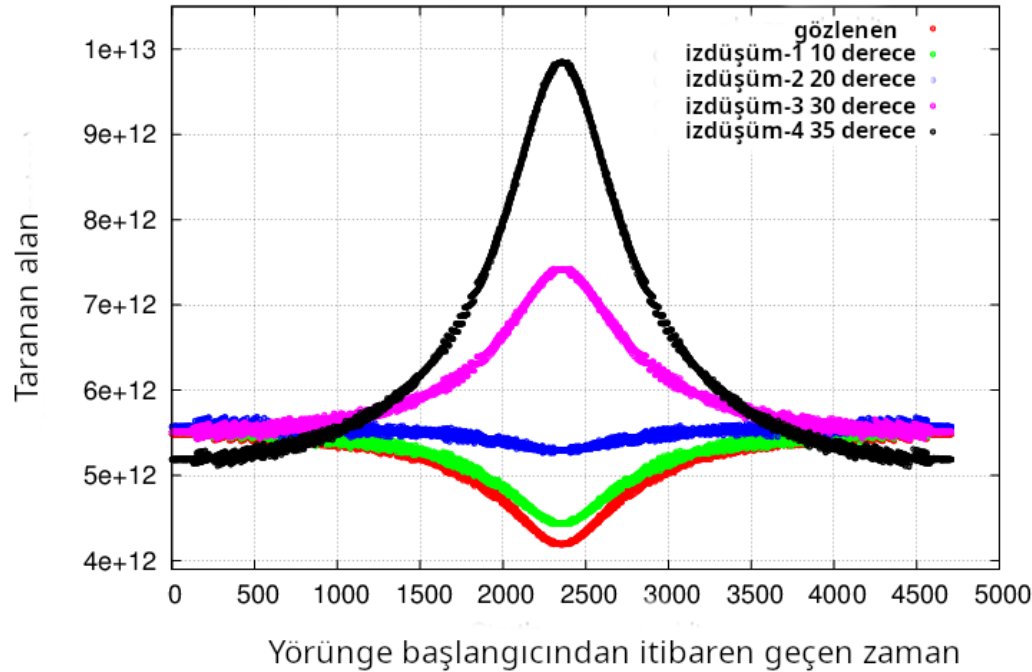
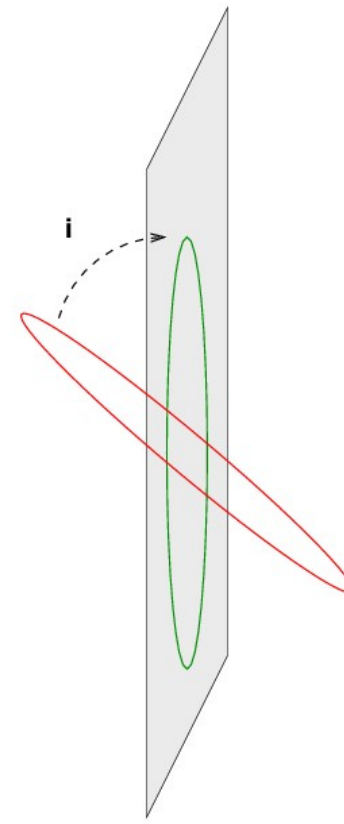
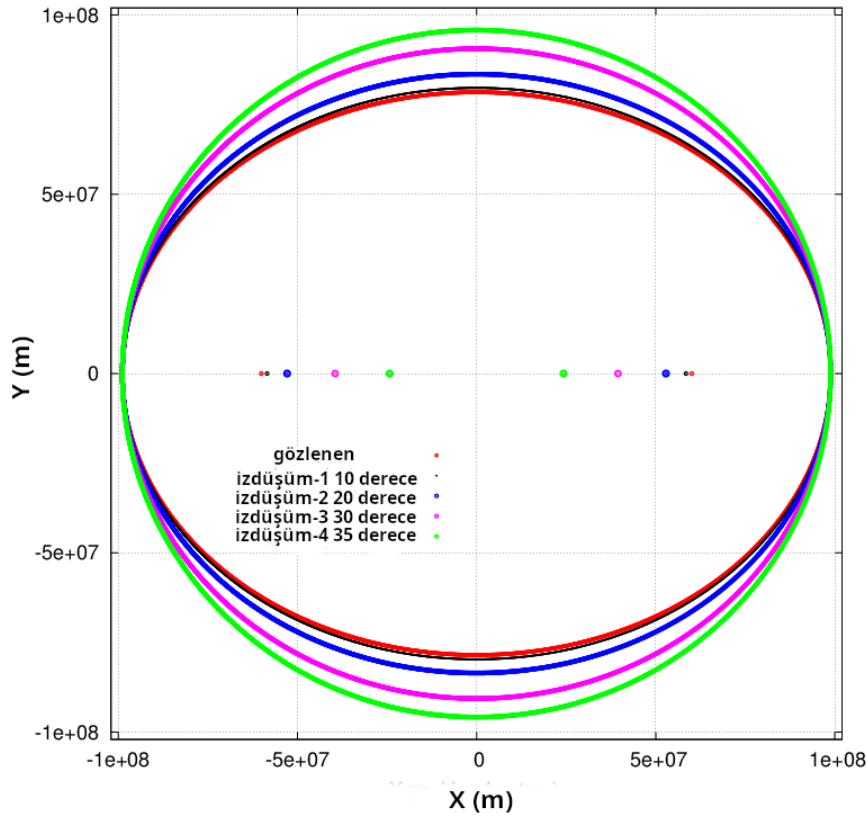
$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$f = ae$$

Bu noktada kütle merkezinin yörüngesinin hangi odağında bulunduğunu belirlemek önem kazanır. Astrometride zamana göre konum belirli olduğundan Kepler yasalarından hareketle cismin ne zaman hızlı, ne zaman yavaş hareket ettiğine bakılarak bu bilgiye ulaşılabilir. Ayrıca bu yörüngesinin gerçek yörünge değil onun gökyüzü düzlemindeki izdüşümü olduğunu belirtmekte fayda vardır.



Önce sol taraftaki odağa göre birim zamanda taranan alanlar, sonra sağ taraftaki odağa göre birim zamanda taranan alanlar hesaplanıp bir grafiğe aktarılacak olursa, birim zamanda taranan alanın Kepler'in 2. Yasası gereği sabit olacağı bilgisinden hareketle kütle merkezinin gözlenen elipsin hangi odağında olduğu anlaşılabilir. Ancak burada yörüngeye karşıdan bakıldığı varsayılmaktadır ve bu doğru olmak zorunda değildir. Kırmızı ile gösterilen alanlar (sol üst) ve zamanla taranan alanın değişimi (üst) odağın cismin daha yavaş hareket ettiği tarafta olduğundan yanlış bir odak seçimine işaret ederken. Mavi alanlar (sol alt) cisim kütle merkezine yaklaşıp, hızlı hareket ederken noktalar arası uzaklıklar büyüdüğü için sabit kalmaktadır. Yukarıdaki grafikte taranan alanın Kepler'in 2. yasası gereği zamanla sabit kaldığı mavi doğruyla gösterilmektedir.



Gözlenen eliptik yörüngeyle, belirlenen kütle merkezine göre çizdirilecek taranan alan grafiklerinden hangisinin gözlemlerle uyduğu tespit edilerek yörünge eğim açısını (i) da belirlemek mümkün olur. Konum ölçümleri sık ve hassas yapılabilirse, cismin gökyüzündeki hareketindeki hız değişiminin de belirlenmesiyle yörünge eğim açısı tek düzlem (gökyüzü) üzerinde yapılan ölçümlerle belirlenebilmektedir.

Astrometri yönteminde ölçülebilen lineer uzaklıklar değil, açısal uzaklıklardır. Ölçülen bu açısal uzaklığın değişim genliğine “**astrometrik sinyal**” adı verilir. Burada d yıldızın parsek biriminde uzaklığı, M_1 ve M_2 sırasıyla yıldızın ve gezegenin kütleleri, P yıl biriminde yörünge dönemidir. a_1 : Yıldızın yörünge yarı büyük ekseninin gökyüzü düzlemi üzerindeki izdüşümüdür. Kütle merkezi ifadesi, Kepler’in 3. yasası ve küçük açı formülü kullanılarak aşağıdaki şekilde verilen sinyalin büyüklüğü kolaylıkla elde edilebilir.

$$M_1 a_1 = M_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{M_1 a_1}{M_2}, a_2^3 = (M_1 + M_2) P^2 \Rightarrow \left(\frac{M_1 a_1}{M_2} \right)^3 = (M_1 + M_2) P^2 \Rightarrow a_1 = \frac{M_2}{M_1} (M_1 + M_2)^{1/3} P^{2/3}$$

$$\alpha_1 = \frac{a_1}{d} = \frac{M_2}{d M_1} (M_1 + M_2)^{1/3} P^{2/3}$$

$M_1 \gg M_2$ yaklaşımı uygulanırsa yıldızın uzaklığının bilinmesi durumunda gezegenin kütlesi bulunabilir!

$$M_2 = \alpha_1 d \left(\frac{P}{M_1} \right)^{-2/3}$$

Sonuç 1. Astrometri yöntemiyle gezegen keşfi için oldukça küçük açısal uzaklık ölçümüne ihtiyaç duyulur.

Sonuç 2. Yıldızın uzaklığına kuvvetle bağlı kalınmaktadır.

Sonuç 3. Büyük yörünge dönemli gezegenleri keşfetmeye daha duyarlıdır.

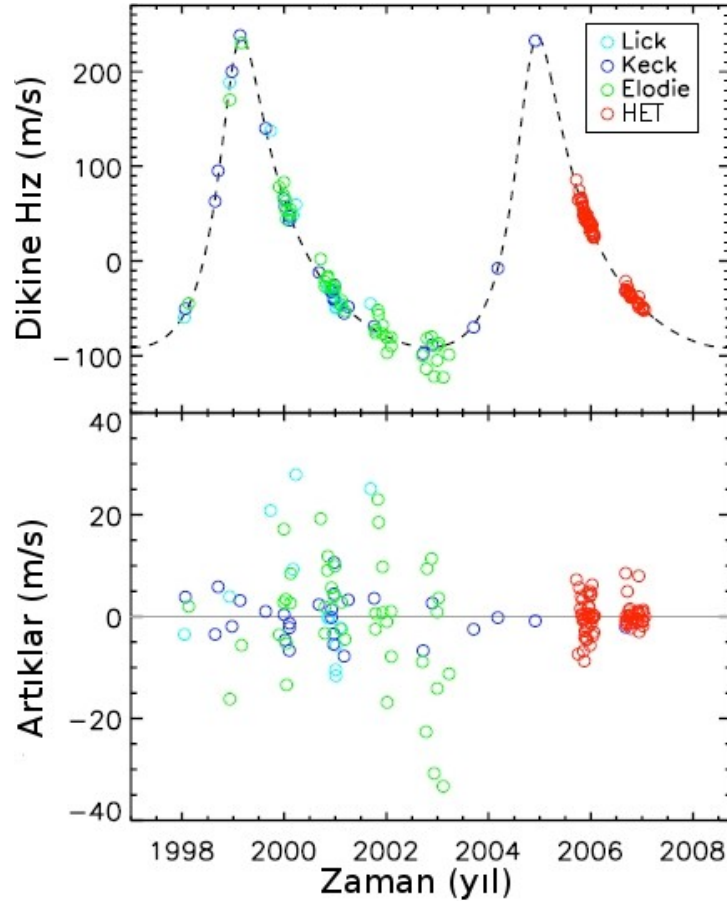
Sonuç 4. Ölçümlerde yüksek ve uzun dönemde kararlı bir duyarlılığa ihtiyaç duyulur.

Not: Aslında bu yöntemde de izdüşüm yörünge gözlendiği için bulunan kütle $M_2 \sin i$ ’dir; ancak yörünge eğim açısı (i) bulunabildiğinden M_2 ’ye geçilebilir.

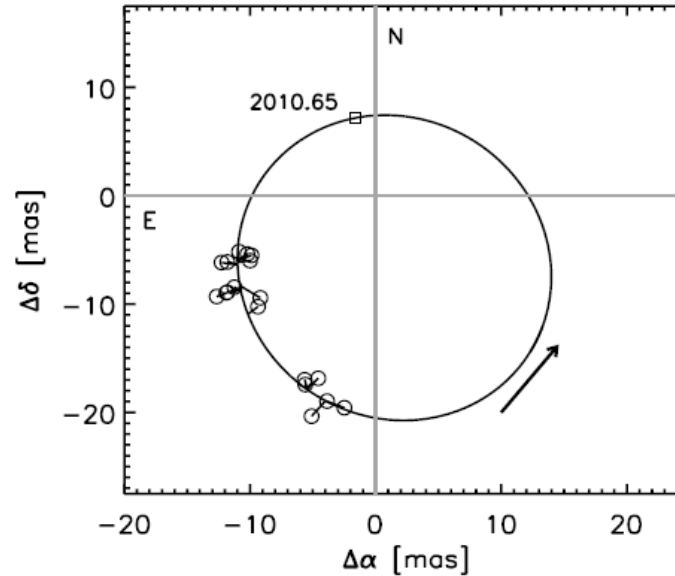
Gerekli Astrometrik Duyarlılıklar

<u>Gezegen</u>		<u>Dönemi</u>	<u>$d_*(10 \text{ pc})$</u>	<u>$d_*(50 \text{ pc})$</u>	
Jüpiter	@	11.86 yıl	497	99	10^{-6} yaysn
Jüpiter	@	1 yıl	95	19	10^{-6} yaysn
Neptün	@	1 yıl	5	1	10^{-6} yaysn
Neptün	@	5 yıl	15	3	10^{-6} yaysn
Süper Dünya ($5 M_{\text{Yer}}$)	@	1yıl	1.5	0.3	10^{-6} yaysn
Süper Dünya ($5 M_{\text{Yer}}$)	@	5 yıl	4.4	0.9	10^{-6} yaysn
Dünya ($1 M_{\text{Yer}}$)	@	1 yıl	0.3	0.06	10^{-6} yaysn

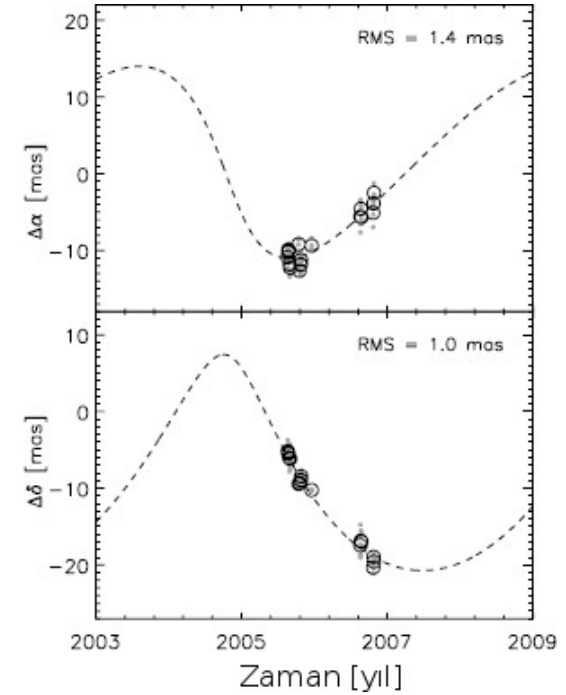
HD 33636b: Astrometriyle Gerçek Kütle



HD 33636'nın dikine hız değişimi
Hesaplanan kütle $m_2 \sin i = 9.3 M_{\text{jüp}}$



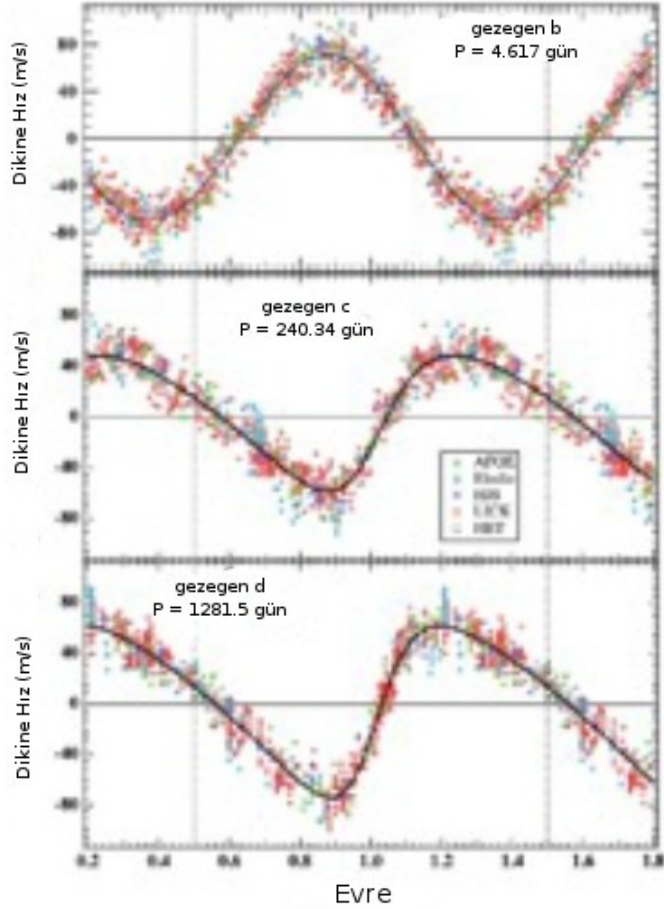
HST Fine Guide Sensor
Astrometrik Gözlemleri
 $P = 2117$ gün (Bean vd. 2007)



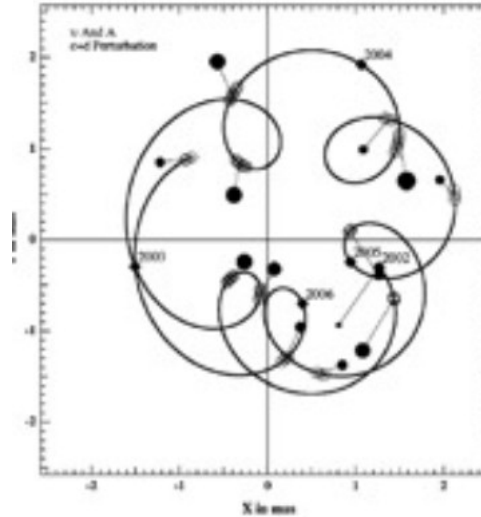
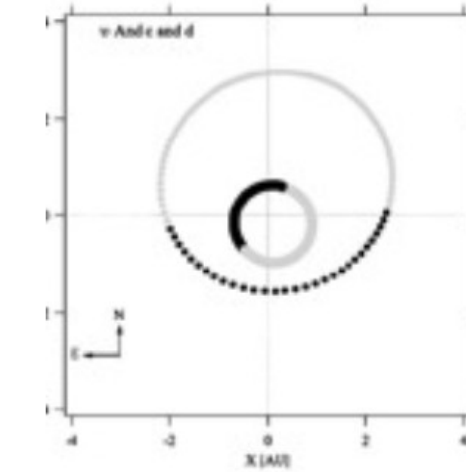
Astrometrik Yörünge
 $i \sim 3^\circ.75$

$m_2 = 142 (+/- 11) M_{\text{jüp}} \rightarrow$ 2. cisim bir gezegen
değil, geç M tayf türünden bir yıldız bileşen!

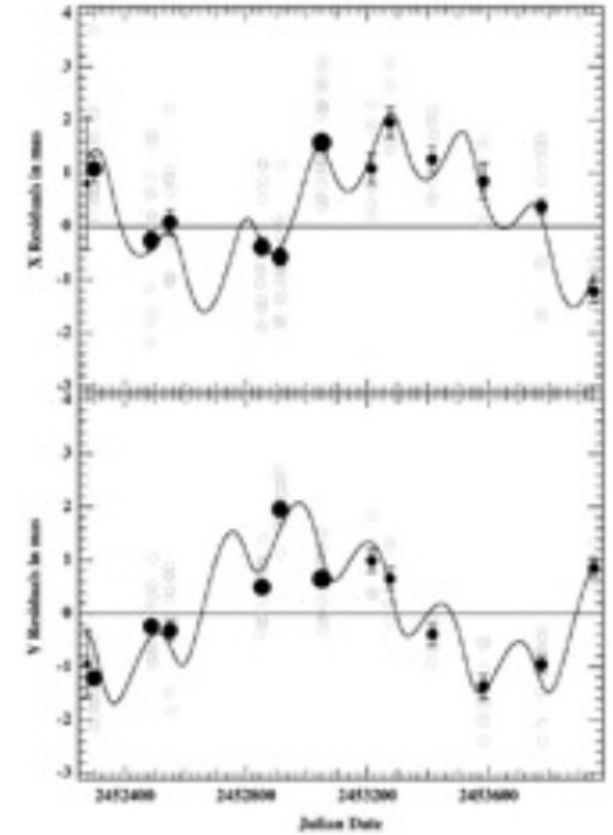
υ And: Astrometriyle Gerçek Kütle



ups And'nın dikine hız değişimi
 $P_b \sim 4^{\text{gün}}.6$, $P_c \sim 240^{\text{gün}}$, $P_d \sim 1281^{\text{gün}}$



HST Fine Guidance Sensor
 ups And'nın Astrometrik Gözlemleri

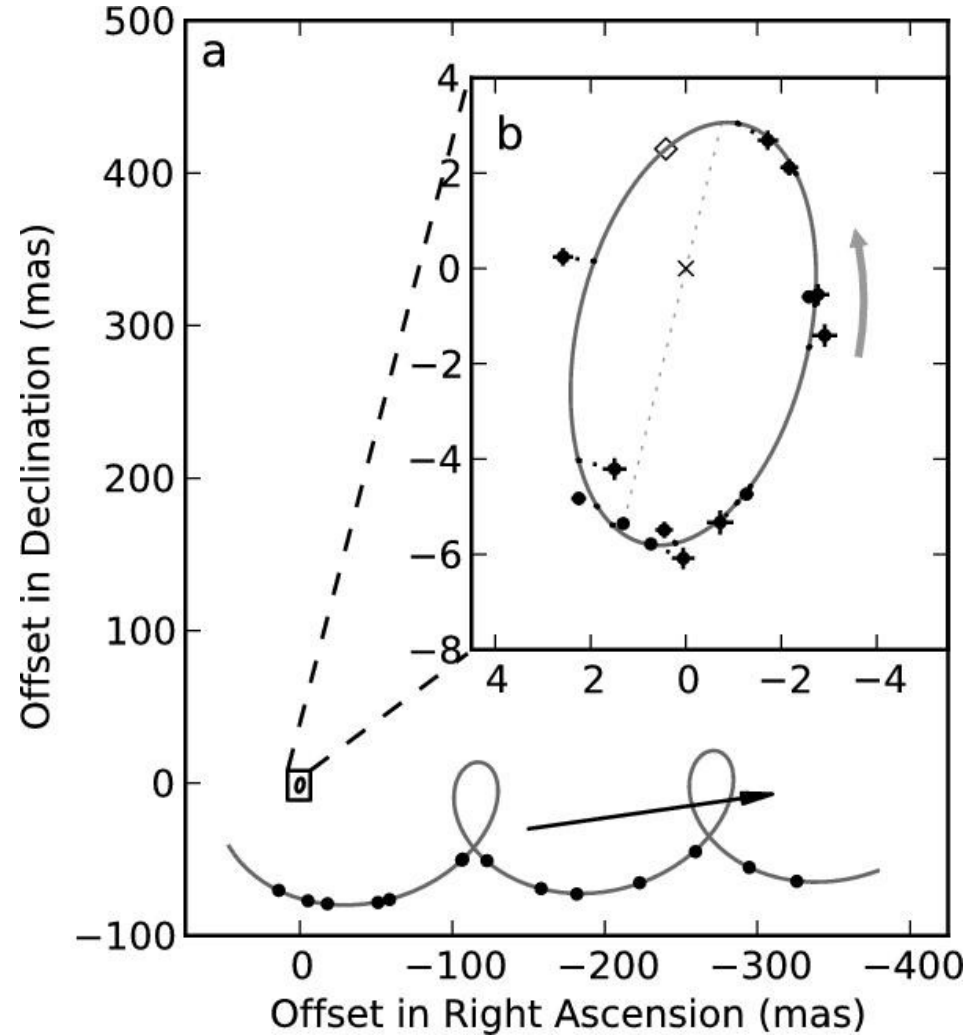


Yörünge Çözümü
 (McArthur vd. 2010)

$i_c = 8^\circ$	$m_b \sin i$	$0.7 M_{\text{jüp}}$
$i_d = 24^\circ$	m_c	$12 M_{\text{jüp}}$
	m_d	$10 M_{\text{jüp}}$

Astrometri yöntemiyle genel kabul gören adaylar:

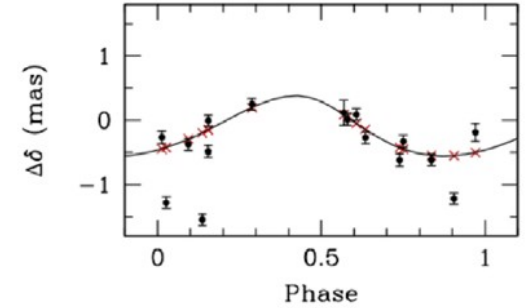
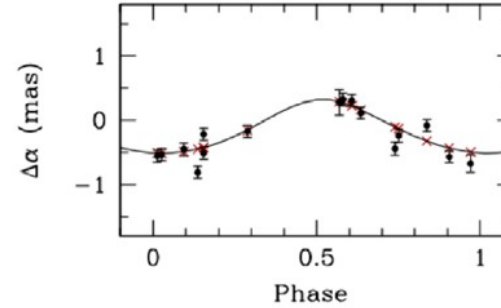
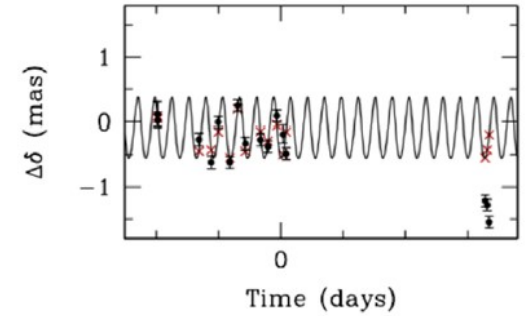
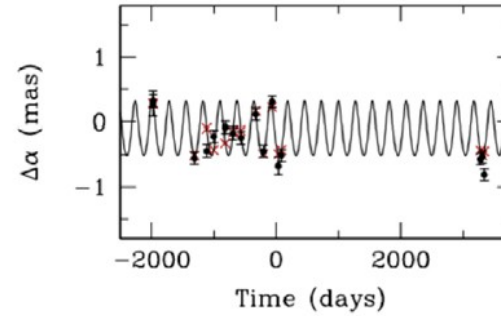
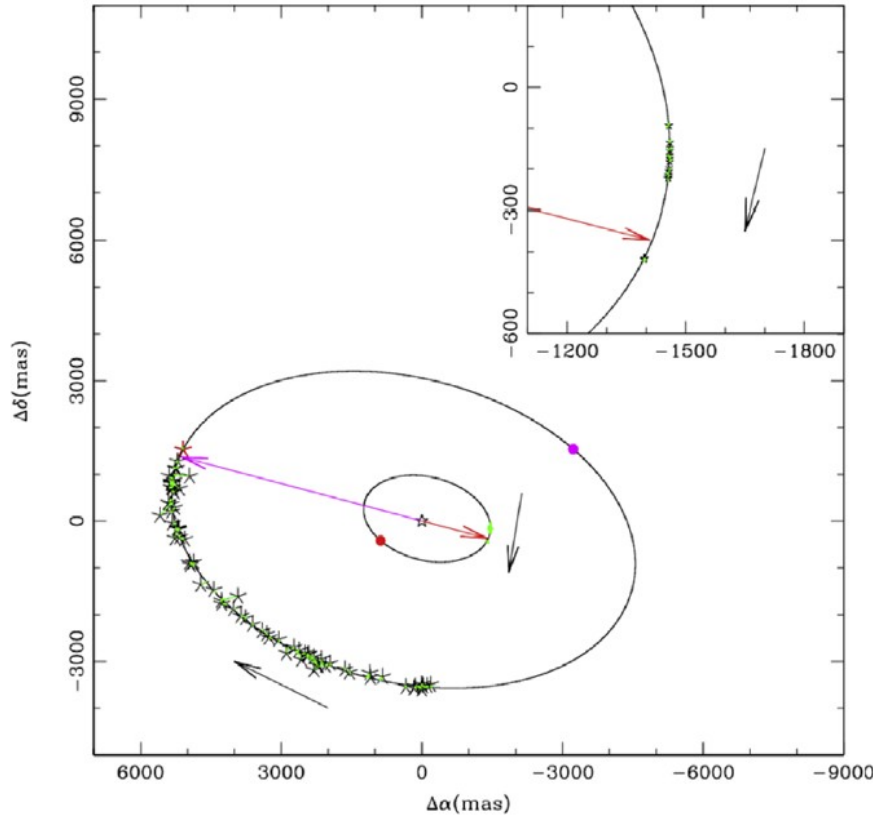
1. DENIS-P J082303.1-491201 b



Cismin $28.5 \pm 1.9 M_{\text{jup}}$ kütleyle sahip olduğu önerilmiş (Sahlmann et al. 2013) olmakla birlikte şu ana kadar dikine hız değişimi gözlenememiştir.

Astrometri yöntemiyle genel kabul gören adaylar:

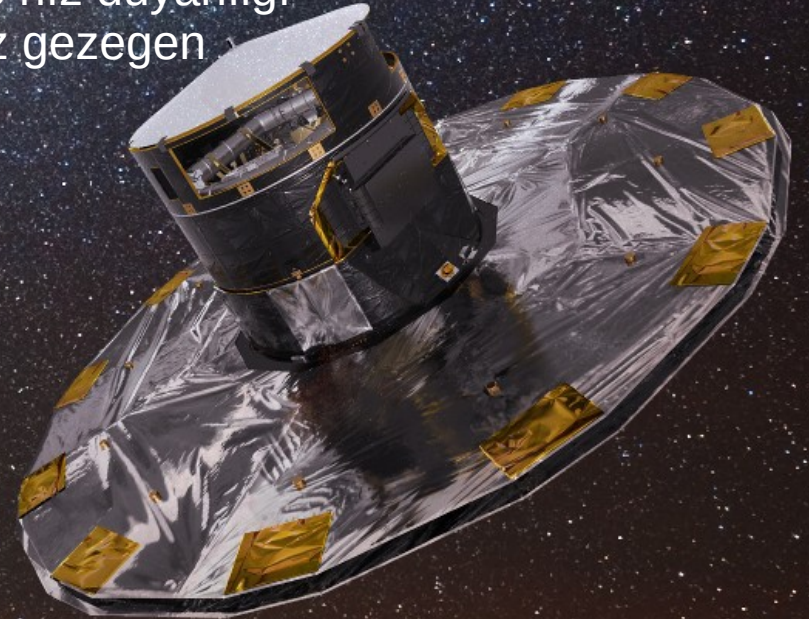
2. GJ 896 A b



Currie vd. (2022) tarafından Very Long Baseline Array (VLBA) radyo teleskop dizgesiyle yapılan interferometrik gözlemler sonucu çift yıldız sistemi GJ 896 AB'nin baş bileşeni etrafında 284.39 ± 1.47 günlük bir yörünge döneminde dolanan $2.26 \pm 0.57 M_{\text{jüp}}$ kütleli gezegenin barınak yıldızında neden olduğu yörünge ($e = 0.35 \pm 0.19$, $a = 0.63965 \pm 0.00067$ AB) hareketi sol üstteki grafikte içteki elips, yıldız bileşenin neden olduğu ise dıştaki elipsle gösterilmiştir. Yörüngelerin enberi noktaları sırasıyla kırmızı ve pembe noktalar, gözlemsel veri siyah yıldızlar, yörünge fiti ise yeşil renkle gösterilmektedir. Sol taraftaki grafiğin iç paneli baş bileşenin yörünge hareketinin bir bölümünü; sağ taraftaki grafikler ise sırasıyla sağ ve dikeylikliğin zamanla ve evreyle değişimini göstermektedir.

Gaia Astrometri Gözlemevi:

- ✓ 19 Aralık 2013'te uzaya gönderildi.
- ✓ Enberide 263bin, enötede 707bin km uzakta (Lissajous yörünge)
- ✓ Yörünge dönemi 180 gün
- ✓ Planlanan çalışma süresi: 5 yıl
- ✓ Hedef: 1 milyar cismin duyarlı konum gözlemleri
- ✓ Her bir cisim için 5 yıl süresince ortalama 70'er ölçüm
- ✓ **Astro:** G2V tayf türünden 3^m - 12^m yıldızlar için 5 - $16 \mu''$, 15^m yıldızlar için $24 \mu''$, 20^m yıldızlar için $540 \mu''$ astrometrik duyarlılık
- ✓ **BP/RP:** Mavi (330-680 nm) ve kırmızı (640-1050 nm) bantlarda G2V tayf türünden 3^m - 12^m yıldızlar için $\sim 4^{mmag}$, 18^m yıldızlar için 20^{mmag} , 20^m yıldızlar için $\sim 50^{mmag}$ fotometrik duyarlılık
- ✓ **RVS:** 1 km/s ($V=11^m.5$) and 30 km/s ($V=17^m.5$) dikine hız duyarlılığı
- ✓ Astrometri yöntemiyle binlerce uzun dönemli dev gaz gezegen keşfedeceği tahmin ediliyor.

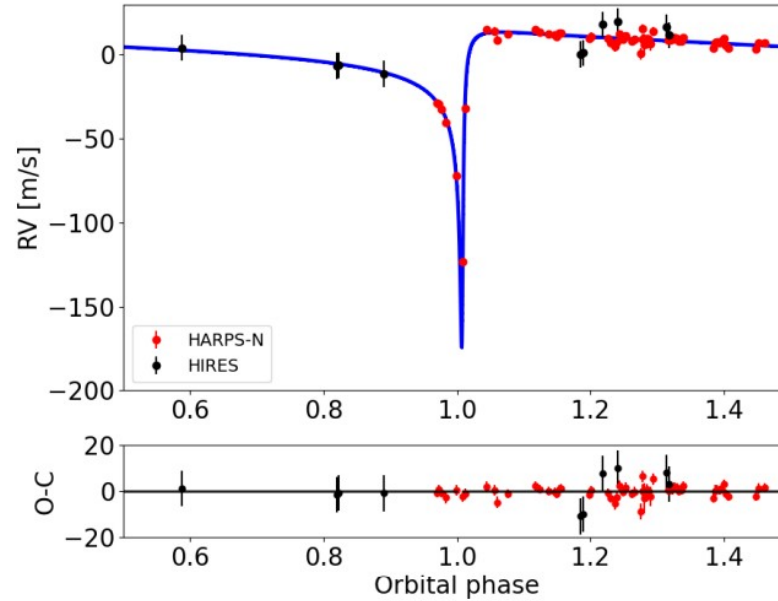


Astrometri yöntemiyle genel kabul gören adaylar:

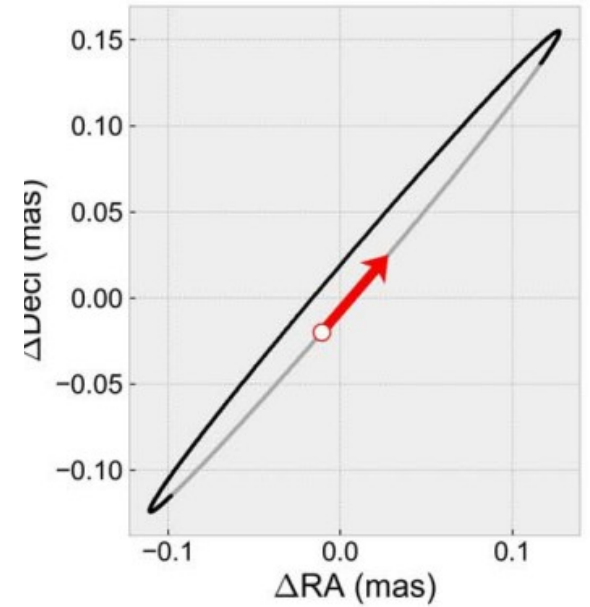
3. HIP 66074b/Gaia-3b

Source	Sozzetti et al. 2023
T_p (days)	2459962.48 $^{+0.07}_{-0.06}$
ω (deg)	-155 $\pm$ 2
M_p ($M_{\oplus}$)	1589 $\pm$ 636
M_p (M_{Jup})	5 $\pm$ 2
$M_p \sin i$ ($M_{\oplus}$)	251 $^{+16}_{-13}$
$M_p \sin i$ (M_{Jup})	0.79 $^{+0.05}_{-0.04}$
e	0.948 $\pm$ 0.004
i (deg)	<13
P (days)	310.9 $^{+21.7}_{-17.7}$
K (m/s)	93.90 $^{+9.40}_{-7.00}$
a (au)	0.799 $\pm$ 0.035

Sistem Parametreleri
(NASA Exoplanet Archive)



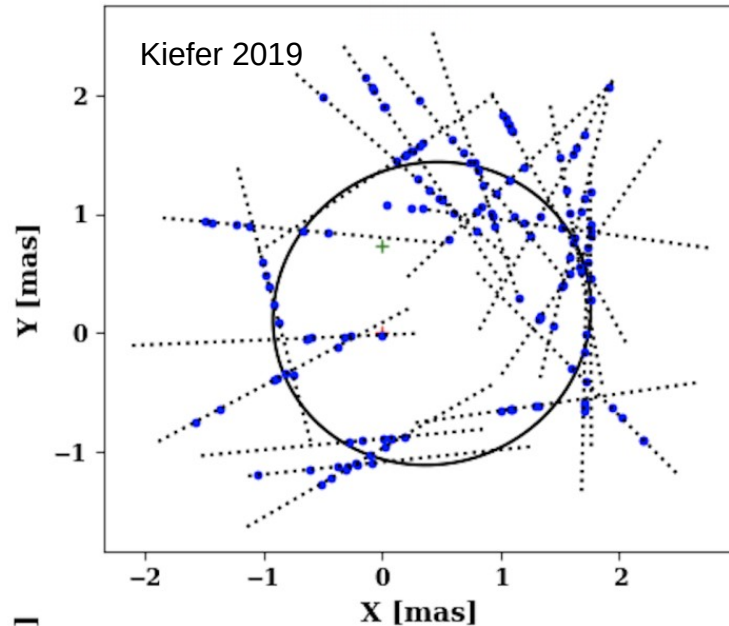
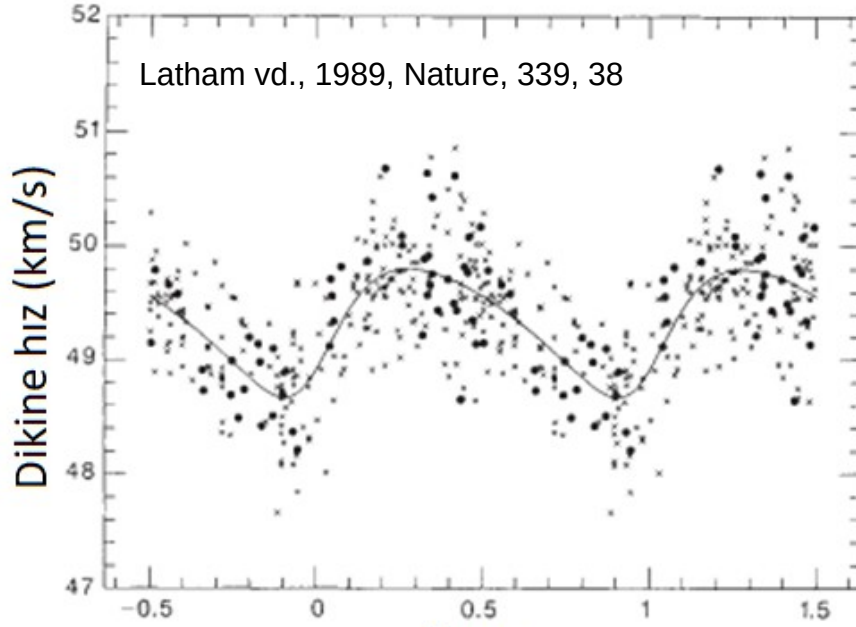
TNG Teleskobu'na bağlı HARPS-N
tayfçekerisiyle elde edilen dikine hız
(Sozzetti vd. 2023)



Gaia gözlemlerinden elde edilen
astrometrik yörünge çözümü
(Winn vd. 2022)

Gaia DR3 verisinde (Gaia Collaboration 2022) astrometrik ölçüm hassasiyetinin ötesindeki hareketi ve zaman içinde değişen RA, DEC koordinatlarından hareketle $m_3 \sin i_3 \pm 0.79 \pm 0.05 M_{Jup}$ kütleli gezegenin barınak yıldızında neden olduğu yörünge hareketi sağ üstteki grafikte verildiği şekilde bulunmuştur (Winn vd. 2022). Sozzetti vd. (2023) yıldızın TNG Teleskobu'na bağlı HARPS-N tayfçekerisiyle yaptığı gözlemlerden (üst orta) dışmerkezliği $e = 0.948 \pm 0.004$, $a = 0.799 \pm 0.035$ olarak bulmuş ve yörünge eğim açısını ise $i < 13^\circ$ olarak sınırlandırmıştır. Bu durumda, gezegenin kütlesi $5 \pm 2 M_{Jup}$ olarak belirlenmiş durumdadır. Bu keşif (Gaia-3b) Gaia Teleskobu'yla yapılan ilk astrometri keşfi olup, bunu Gaia-4b ($11.8 M_{Jup}$) ve Gaia -5b ($20.9 M_{Jup}$) cisimlerinin keşfi izlemiştir. Gaia DR4 kapsamında zaman serisi veri kullanıma açıldığı zaman bu sayının onbinlere kadar hızla yükselmesi beklenmektedir.

HD 114762b (Latham vd. 1989) ve Gaia Gözlemleri (Kiefer 2019)



Parameters	median	1- σ confidence interval
P [days]	83.915	83.912 – 83.918
e_b	0.566	0.555 – 0.578
ω [°]	201.3	200.3 – 202.3
ΔT_p [JD]	-0.0017	-0.1879 – 0.1861
$M_b \sin i$ [M_J]	10.72	10.33 – 11.10
$M_\star$ [$M_\odot$]	0.80	0.76 – 0.84
π [mas]	25.90	25.45 – 26.35
a [mas]	1.00	0.90 – 1.10
I_c [°]	4.87	4.02 – 5.91
M_b [M_J]	140	113 – 173
a_{ph} [mas]	1.35	1.12 – 1.64
ΔV	8.6	7.6 – 9.6
$\Delta \mu$ [mas/yr]	1.14	0.57 – 1.96

Accounting for HD 114762 B

I_c [°]	6.23	4.97 – 8.16
M_b [M_J]	107	80 – 137
a_{ph} [mas]	1.06	0.81 – 1.33
ΔV	9.8	8.6 – 11.3
$\Delta \mu$ [mas/yr]	0.94	0.46 – 1.60

Görüldüğü gibi dikine hızdan $m_2 \sin i \sim 11 M_{jüp}$ olduğu bulunan bu cismin Gaia astrometrisinden elde edilen yörünge eğim açısı $4^\circ.87$ 'dir. Bu da cismin $\sim 140 M_{jüp}$ kütlede M tayf türünden bir yıldız bileşen olduğunu göstermektedir.

Kaynaklar

- ✓ Bean, J. L., vd., 2007, *"The Mass of the Candidate Exoplanet Companion to HD 33636 from Hubble Space Telescope Astrometry and High-Precision Radial Velocities"*, The Astronomical Journal, 134, 749
- ✓ Bennett, D.P., 2009, *"Detection of Extrasolar Planets by Gravitational Microlensing"*, arXiv:0902.1761v1
- ✓ Bennett, D.B. vd, 2010, *"Masses and Orbital Constraints for the OGLE-2006-BLG-109Lb,c Jupiter/Saturn Analog Planetary System"*, The Astrophysical Journal, 713, 837-855
- ✓ Beualieu, J.P. vd. 2006, *"Discovery of a cool planet of 5.5 Earth masses through gravitational microlensing"*, Nature, 439, 437
- ✓ Bond, I.A. vd., 2004, *"OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53: A Planetary Microlensing Event"*, The Astrophysical Journal, 606, L155-L158
- ✓ Chauvin G., vd., 2004, *"A giant planet candidate near a young brown dwarf. Direct VLT/NACO observations using IR wavefront sensing"*, Astronomy & Astrophysics, 425, L29
- ✓ Deeg, H.J., vd., 2008, *"Extrasolar planet detection by binary stellar eclipse timing: evidence for a third body around CM Draconis"*, Astronomy & Astrophysics, 480, 563
- ✓ Gaudi, S. vd. 2008, *"Discovery of a Jupiter/Saturn Analog with Gravitational Microlensing"*, "Introduction to Microlensing", in Proceedings of the Manchester Microlensing Conference
- ✓ Kalas, P., vd., 2008, *"Optical Images of an Exosolar Planet 25 Light-Years from Earth"*, Science, 322, 1345
- ✓ Lagrange, A.M., vd., 2010, *"A Giant Planet Imaged in the Disk of the Young Star β Pictoris"*, Science, 329, 57
- ✓ Marois, C. vd., 2006, *"Angular Differential Imaging: A Powerful High-Contrast Imaging Technique"*, The Astrophysical Journal, 641, 556
- ✓ McArthur, B.E., 2010, *"New Observational Constraints on the ν Andromedae System with Data from the Hubble Space Telescope and Hobby-Eberly Telescope"*, The Astrophysical Journal, 715, 1203
- ✓ Steffen, J.H., vd., 2011, *"The architecture of the hierarchical triple star KOI 928 from eclipse timing variations seen in Kepler photometry"*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 417, 31
- ✓ Sumi, T., 2011, *"Unbound or distant planetary mass population detected by gravitational microlensing"*, Nature, 453, 349-372
- ✓ Vahhaj, Z., vd., 2013, *"The Gemini Planet-finding Campaign: The Frequency Of Giant Planets around Debris Disk Stars"*, The Astrophysical Journal, 773, 179