

Öncelikle gezegenin yörüngesinin çembersel olduğunu ($e = 0$) varsayalım. Bu durumda gezegenin gözlemcinin bakış yönü doğrultusunda yıldızla arasından sıyrarak da olsa geçmesi için yörüngenin yarı-büyük eksen uzunluğu a 'nın $\cos i$ çarpanı kadar kısaltılmış kesitinin ($a \cos i$) yıldızın yarıçapı ile gezegen yarıçapı toplamından ($R_* + R_g$) küçük olması gerekir ($a \cos i \leq R_* + R_g$). Gezegen diskinin tamamının yıldız önünden geçmesi için sağlanması gereken koşul ise $a \cos i \leq R_* - R_g$ olur. Bu iki durum Şekil-2'de görülebilir.

Bu koşulları olasılık cinsinden ifade edebilmek için θ açısının kosinüsüne başvurulabilir. Zira bu açı sıfır olduğunda ($\theta = 0$) gezegen yıldızın tam önünde olur ve geçiş olasılığı $\cos \theta = 1$ olur. Gezegenin geçişinin gözlenebileceği θ değerleri $0 \leq \theta \leq \theta_0$ aralığına karşılık gelir. θ için olası değerler $0 \leq \theta \leq \pi/2$ olacağından;

$$p = \frac{\int_0^{\theta_0} \cos \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta} = \frac{\sin \theta_0}{1} = \sin \theta_0 = \frac{R_* + R_g}{a} \quad (2)$$

Gezegen diskinin tamamının yıldızın önünden geçmesi (ing. full transit) olasılığı;

$$p = \frac{R_* - R_g}{a} \quad (3)$$

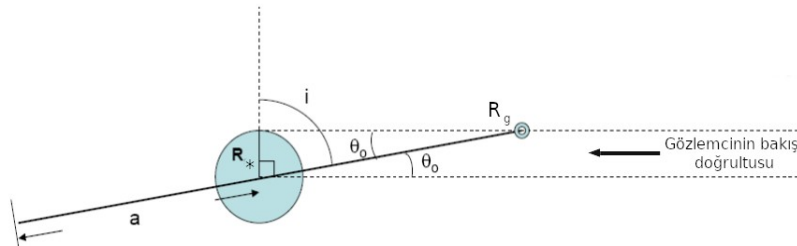
Gezegen diskinin sıyrarak da olsa yıldızın önünden geçmesi (ing. grazing transit) olasılığı;

$$p = \frac{R_* + R_g}{a} \quad (4)$$

ile verilir. Gezegen yarıçapı, yıldız yarıçapından çok küçük varsayılırsa, ki bu çok küçük yıldızlar etrafındaki dev gaz gezegenler hariç tutulduğunda iyi bir varsayımdır, bu durumda geçiş olasılığı yaklaşık olarak (5) ile verilebilir.

$$p \sim \frac{R_*}{a} \quad (5)$$

Gezegen diskinin yıldız diski tarafından örtülme olasılığı da benzerdir. Ancak yörüngenin diğer tarafında gerçekleşir. Yörüngenin dış-merkezliliğinin ihmal edilmemesi halinde geçişin yörüngenin hangi noktasında gerçekleştiği önem kazanır (Şekil 6). Zira bu durumda geometrik olasılık yörüngenin uzayda nasıl konumlandığına da bağlı hale gelir. + işareti sıyrarak geçişleri de (grazing transit) içerecek ve - işareti de gezegenin tamamının yıldızın önünde kaldığı tam geçişleri (full transit) ifade edecek şekilde geçiş (ve örtme) olasılıkları Denlem 6 ve 7'deki genel şekilde verilir.



Şekil 2. Gezegen Geçiş Geometrisi

$$p_{geciş} = \left(\frac{R_* \pm R_g}{a} \right) \left(\frac{1 + e \sin \omega}{1 - e^2} \right) \quad (6)$$

$$p_{örtme} = \left(\frac{R_* \pm R_g}{a} \right) \left(\frac{1 - e \sin \omega}{1 - e^2} \right) \quad (7)$$

Bu olasılığın ne kadar olduğuna ilişkin bir fikir vermesi açısından, Yer'in Güneş önünden geçme olasılığı, Yer yörüngesi çembersel ($e = 0$) ve yarıçapı Güneş'inkinden çok küçük ($R_g \ll R_*$) varsayılırsa;

$$p_{geciş} = p_{örtme} \approx \frac{R_*}{a} \approx 0.005 \left(\frac{R_*}{R_{Güneş}} \right) \left(\frac{a}{1 AB} \right)^{-1} \quad (8)$$

Bir başka ifadeyle Yer yarıçapında, yıldızına uzaklığı 1 Astronomi Birimi (AB) olan bir gezegenin Güneş büyüklüğündeki barınak yıldızının önünden geçme olasılığı yaklaşık olarak binde beştir!

Bir geçişin gözlenme olasılığı bu kadar küçük olduğu için araştırmacılar aynı anda çok sayıda yıldızı uzun süre gözlemelerine olanak sağlayacak düzeneklere yönelmişlerdir. Bu noktada *teleskobun görüş alanı* (Field of View, FoV) önem kazanır. Çok sayıda yıldızı aynı anda gözleyebilmek için teleskobun görüş alanının büyük olması istenir. Bu amaçla odak oranı (F) küçük teleskoplar tercih edilir. Ancak bunun da bir limiti vardır. Zira yıldızların birbirinden ayrılmasına olanak sağlayacak bir *plak eşeline* ve *açısız ayırma gücüne* ($\theta = 1.22 \lambda / D$) de ihtiyaç duyulur. Mümkün olduğunca sönük yıldızlar etrafında araştırma yapabilmek için *ışık toplama gücü* de önemlidir ve teleskop çapının karesiyle orantılıdır.

Sonuç olarak genellikle tüm bu parametreleri bir denge dahilinde gözeterek optimum görüş alanını elde etmek üzere küçük odak oranlı, küçük çaplı teleskoplardan oluşan bir teleskop dizgesinin kullanılması yoluna gidilir. Görüş alanının tamamının kullanılabilmesi ve hassas ışık ölçümü için birden fazla yüksek kalitede CCD kamera bir mozaik yapısında kullanılır. Ancak amacın çok sayıda gezegen keşfinden giderek belirli tür nesnelere (örn. M-tayf türünden yıldızlar) etrafında küçük gezegenler keşfetme yönünde değiştiği günümüzde daha büyük teleskopların farklı stratejiler çerçevesinde kullanılmasına yönelik araştırmalar da geliştirilmiştir.

Geçiş Işık Değişimi ve Parametreleri

Bir gezegen geçişi sırasındaki ışık değişiminden hareketle gezegen, barınak yıldızı ve sistem hakkında pek çok bilgiye erişmek mümkündür. Bu amaçla dikine hız yönteminde hareket denkleminin yola çıkılarak elde edilmesi verilen yörünge ifadesi bir elips denkleminin karşılığıdır (9).

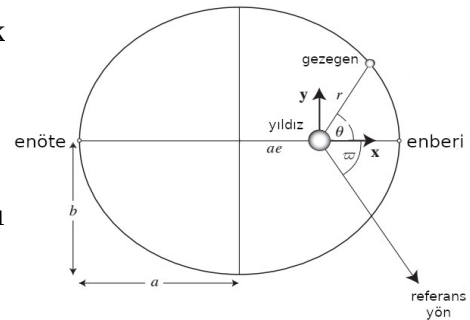
$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta)} \quad (9)$$

Hareket denkleminin çözümünden gelen sabitlerin geometrik anlamı ise aşağıdaki gibidir.

a : Elipsin yarı-büyük eksen uzunluğu

e : Elipsin dış merkezliliği

v : Gezegenin yörüngesinin enberi noktasına açısız uzaklığı (gerçel anomali)



Şekil 3. Gezegen yörüngesi

Geçiş gözlemlerinde referans yönün bir önemi bulunmadığından $\theta = \upsilon$ tercihi işlemleri kolaylaştırdığı için yapılır. Gerçel anomali açısının υ ile gösterilmesi ise geleneksel bir tercihtir.

Bir geçiş olayının gerçekleşebilmesi için gezegen diski ile yıldız diski arasındaki uzaklığın yıldız yarıçapından küçük olması gerekir. Bu koşulu matematiksel olarak tanımlayabilmek için önceikle problemin kartezyen koordinatlara taşınmasına gereksinim duyulur.

Bunun için Öncelikle yörünge düzlemi üzerinde bir x-y-z koordinat sistemi tanımlanır (Şekil 4). Bu durumda;

$$x = r \cos(\omega + \theta) , y = r \sin(\omega + \theta) \text{ ve } z = 0 \text{ olur.}$$

Bu koordinat sistemi yörünge eğim açısı (i) kadar döndürüldüğünde elde edilen x', y', z' :

$$x' = x , y' = y \cos(i) , z' = z \cos(i)$$

Daha sonra bu koordinatlar da Ω kadar döndürüldüğünde

$$X = x' \cos(\Omega) - y' \sin(\Omega) , Y = x' \sin(\Omega) + y' \cos(\Omega) , Z = z'$$

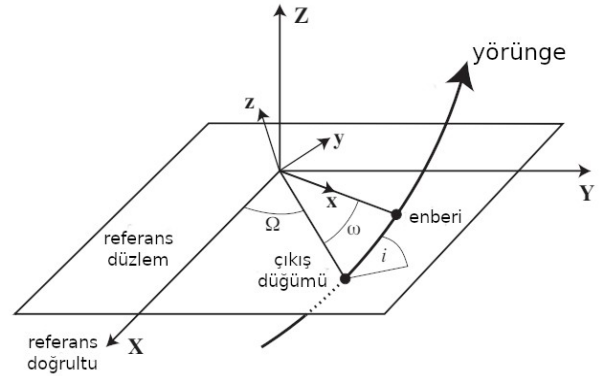
elde edilir. Bu koordinat sistemi gökyüzü düzlemi üzerinde tanımlanan bir kartezyen koordinat sistemidir. x', y' ve z' yerine konursa;

Kartezyen koordinat sisteminde (Şekil 4):

$$X = r \cos(\omega + \theta) \cos(\Omega) - \sin(\Omega) \sin(\omega + \theta) \cos(i)$$

$$Y = r \cos(\omega + \theta) \sin(\Omega) + \cos(\Omega) \sin(\omega + \theta) \cos(i)$$

$$Z = r \sin(\omega + \theta) \sin(i) \quad (10)$$



Şekil 4. Kartezyen düzlemde yörünge

Referans yön için düğümler doğrultusunun özel bir durumunun seçilmesinde ($\Omega = 180^\circ$) bir sakınca yoktur. (Not: Bu seçim yapıldığında ω düğümler doğrultusundan enberiye doğru ancak iniş düğümünden başlayarak ölçülmüş olur. Bu seçim ω_g yerine ω^* almakla ($\omega_g = \omega^* + 180$) ya da x-ekseni yönünü ters alarak ω_g 'yi çıkış düğümünden

$$X = -r \cos(\omega + \theta)$$

$$Y = -r \sin(\omega + \theta) \cos(i)$$

$$Z = r \sin(\omega + \theta) \sin(i) \quad (11)$$

Bu seçim ve dikine hız ile geçiş yöntemleri arasındaki bu farklılık ötegezegen kamuoyunda da tartışılmakta, pek çok model programında farklı ve pratik nedenlerle bazen yanlış şekillerde ele alınabilmektedir (Eastman vd. 2013, Householder ve Weiss 2023). Dikine hız yönteminde bu Z konumunun değişimiyle ($V_r = dZ / dt$) ilgilenildiğine dikkat ediniz.

Geçiş olayı XY (gökyüzü) düzleminde gerçekleşirken Z doğrultusundaki gözlemci tarafından gözlenmektedir. Bu durumda $r_{gök}$, gökyüzünde gezegenin disk merkezi ile yıldızın disk merkezi arasındaki uzaklık olmak üzere bir gezegen geçişinin gerçekleşmesi için bu uzaklığın yıldızın yarıçapından küçük olması gerekir.

$$r_{gök} = \sqrt{(X^2 + Y^2)} \leq R_* \quad (12)$$

Böylece Şekil 5'te geometrik olarak görülen etki parametresi yörünge dış merkezliliği de hesaba katıldığında aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

$$b_{geçiş} = \frac{a \cos(i)}{R_*} \frac{(1-e^2)}{1+e \sin(\omega)} \quad (19)$$

Benzer şekilde örtme anı için de etki parametresi ($b_{örtme}$) tanımlanabilir. ($\theta = -\pi/2 - \omega$)

$$b_{örtme} = \frac{r_{gök}}{R_*} = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(-\pi/2-\omega)} \sqrt{(1-\sin^2(\omega-\pi/2-\omega)\sin^2(i))} \frac{1}{R_*} = \frac{a(1-e^2)}{1-e \sin(\omega)} \sqrt{(\cos^2(i))} \frac{1}{R_*} \quad (20)$$

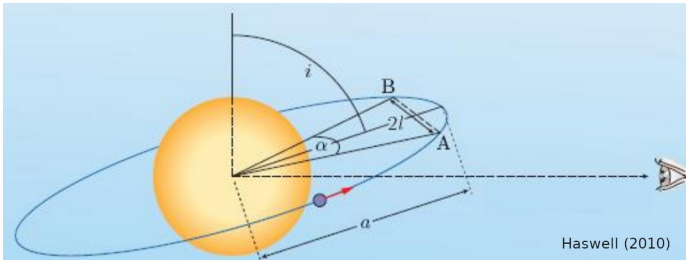
$$b_{örtme} = \frac{a \cos(i)}{R_*} \frac{(1-e^2)}{1-e \sin(\omega)} \quad (21)$$

Şekil 5'te l parametresi ile gösterilen uzaklık, *geçiş uzunluğu* (ing. transit chord) Pisagor teoremi yardımıyla kolaylıkla hesaplanabilir.

$$l = \sqrt{(R_* + R_g)^2 - (b R_*)^2} \quad (22)$$

Geçiş Süreleri

Toplam Geçiş Süresi (T_{14} , t_T): Gezegen diski ile yıldız disklerinin dıştan teğet olduğu (t_1) zaman başlayıp tekrar dıştan teğet oldukları (t_4) zamanına kadar geçen süreye, bir başka deyişle geçişin toplam süresine verilen isimdir (ing. total transit duration). Gezegen tarafından $P_{yör}$ yörünge döneminde 2π açı taranırsa α açısının T_{14} (geçiş süresi) içerisinde taranacağı yaklaşımla (Şekil 6) ;



$$T_{14} = P_{yör} \frac{\alpha}{2\pi} \quad (23)$$

$$T_{14} = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{l}{a}\right) \quad (24)$$

$$T_{14} = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{(R_* + R_g)^2 - (b R_*)^2}}{a}\right) \quad (25)$$

Şekil 6. Geçiş uzunluğu ve süreleri

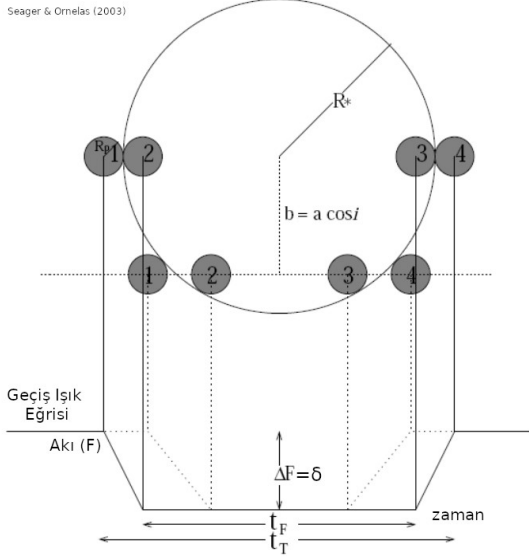
bulunur. Etki parametresi ($b = a \cos i / R_*$) yerine konaacak olursa;

$$t_T = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{(R_* + R_g)^2 - a^2 \cos^2 i}}{a}\right) = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{R_*}{a} \sqrt{\left(1 + \frac{R_g}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2}\right) \quad (26)$$

şeklinde elde edilir.

Tam Geçiş Süresi (T_{23} , t_F): Aynı şekilde *tam geçiş süresi* (ing. full transit duration) disklerin içten teğet olduğu iki an arasındaki süreye verilen isimdir.

$$t_F = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{R_*}{a} \sqrt{\left(1 - \frac{R_g}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2}\right) \quad (27)$$



Şekil 7. Geçiş süreleri. Ayrıca *geçiş başlangıcı* (ing. ingress) ve *geçiş sonu* (ing. egress) adında iki zaman ölçeği daha tanımlanır ve sırasıyla 1 ve 2 (t_{12}) ile 3 ve 4 (t_{34}) arasında geçen süredir.

Yıldız Yarıçapına Ölçekli Yörünge Büyüklüğü (a / R_*): Pek çok sistem ve bileşen parametresinin hesabına olanak sağlayan bu parametre $t_T = T_{14}$ ve $t_F = T_{23}$ zaman ölçeklerini veren ifadelerinin (sırasıyla Denklem 26 ve 27) her iki tarafının sinüsünün alınıp birbirine bölünmesiyle elde edilir.

$$\frac{\sin\left(\frac{t_F \pi}{P}\right)}{\sin\left(\frac{t_T \pi}{P}\right)} = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{R_g}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2}}{\sqrt{\left(1 + \frac{R_g}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2}} \quad (28)$$

Bu ifadede $\frac{a}{R_*} \cos i$ çekilir ve *yarıçaplar oranı* (k) geçiş derinliği parametresi $\left(\frac{R_g}{R_*}\right) = k = \sqrt{\delta}$ cinsinden yerine konacak olursa;

$$b \equiv \frac{a}{R_*} \cos i = \sqrt{\frac{(1-k)^2 - [\sin^2\left(\frac{t_F \pi}{P}\right) / \sin^2\left(\frac{t_T \pi}{P}\right)](1+k)^2}{1 - [\sin^2\left(\frac{t_F \pi}{P}\right) / \sin^2\left(\frac{t_T \pi}{P}\right)]}} \quad (29)$$

Eşitliğin sağ tarafındaki tüm parametreler gözlemseldir ve geçiş ışık eğrisinden elde edilir. Böylece etki parametresi (b) gözlemsel parametreler üzerinden hesaplanmış olur. Ayrıca,

$$t_F = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{R_*}{a} \sqrt{\left(1 - \frac{R_g}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2}\right) \Rightarrow \frac{a}{R_*} = \frac{\sqrt{(1-k)^2 - b^2}}{\sin\left(\frac{t_F \pi}{P}\right)} \quad (30)$$

kullanılırsa yıldız yarıçapına ölçekli yörünge büyüklüğü parametresi de tamamı gözlemsel niceliklerden elde edilmiş olur. Bu aynı zamanda *yörünge eğim açısının* (i) da bulunduğu anlamına gelir.

$$i = \cos^{-1}\left(\frac{b R_*}{a}\right) \quad (31)$$

Ortalama Yıldız Yoğunluğu (ρ_*)

Geçiş ışık eğrisi analizinden elde edilen en ilginç nicelik barınak yıldızın ortalama yoğunluğu bilgisidir. Kepler'in 3. yasası Newton formunda yazılıp (Denklem 32)

$$\frac{a^3}{P^2} = G \left(\frac{M_* + M_g}{4\pi^2} \right) \quad (32)$$

$M_g \ll M_*$ kabulü altında M_* çekilir ve her iki taraf yıldızın hacmine bölünecek olursa;

$$\frac{M_*}{\frac{4}{3}\pi R_*^3} = \rho_* = \frac{3\pi}{GP^2} \left(\frac{a}{R_*} \right)^3 \quad (33)$$

bulunur ki bu yıldıza ilişkin önemli bir mutlak parametrenin gözlemsel yolla bulunabildiği anlamına gelir. Bu sonuç, yıldız evrimi bilgisinden hareketle türetilen yıldız kütlesi ve yarıçapının da daha sağlıklı değerlendirilmesine imkan sağladığı gibi tayfsal yöntemle bulunan yüzey çekim ivmesinden de daha sağlıklı bir parametre sağlar.

Dışmerkezli Yörüngeler İçin Genelleştirme

Tüm bu ifadeler çembersel yörünge için elde edilmiş olmakla birlikte $a \rightarrow \frac{a(1-e^2)}{1+e\sin(\omega)}$ dönüşümüyle dışmerkezli ($e > 0$) (eksantrik) yörüngeler için de uyarlanabilir.

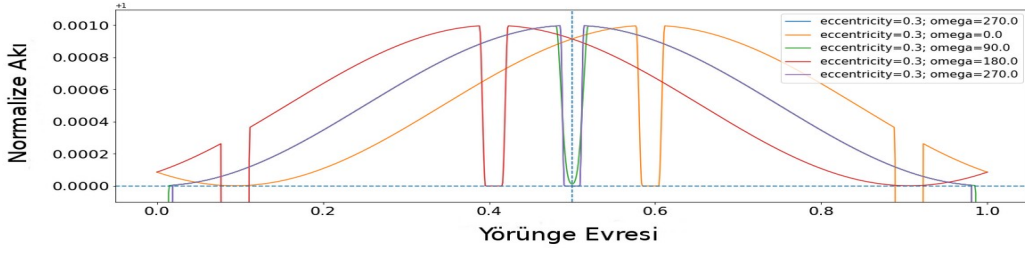
$$b \equiv \frac{a}{R_*} \cos i = \sqrt{\frac{(1-\delta)^2 - [\sin^2(\frac{t_F\pi}{P})/\sin^2(\frac{t_T\pi}{P})](1+\delta)^2}{1 - [\sin^2(\frac{t_F\pi}{P})/\sin^2(\frac{t_T\pi}{P})]}} \frac{1+e\sin(\omega)}{(1-e^2)} \quad (34)$$

$$\frac{a}{R_*} = \frac{\sqrt{(1-k)^2 - b^2}}{\sin(\frac{t_F\pi}{P})} \frac{1+e\sin(\omega)}{(1-e^2)} \quad (35)$$

$$\frac{M_*}{\frac{4}{3}\pi R_*^3} = \rho_* = \frac{3\pi}{GP^2} \left(\frac{a}{R_*} \right)^3 \quad (36)$$

Yörüngenin Dışmerkezliliği (e) ve Enberinin Argümanı (ω)

Yörüngenin şekli ve uzayda yönelişini tanımlayan bu iki parametre genellikle dikine hız eğrilerinden elde edilmekle birlikte dikine hızın elde edilemediği, ancak hassas geçiş ve örtme ışık eğrilerinin bulunduğu durumlarda geçiş ortası zamanı ($t_{\text{geçiş}}$) ile örtme ortası zamanı ($t_{\text{örtme}}$) arasındaki farktan da bulunabilir (Şekil 8). Örtme ışık eğrisi ancak gezegenden yansıyan ışığın da gözlemlendiği durumlarda ve çoğu zaman ancak uzay teleskopları kullanılarak elde edilebilmektedir.

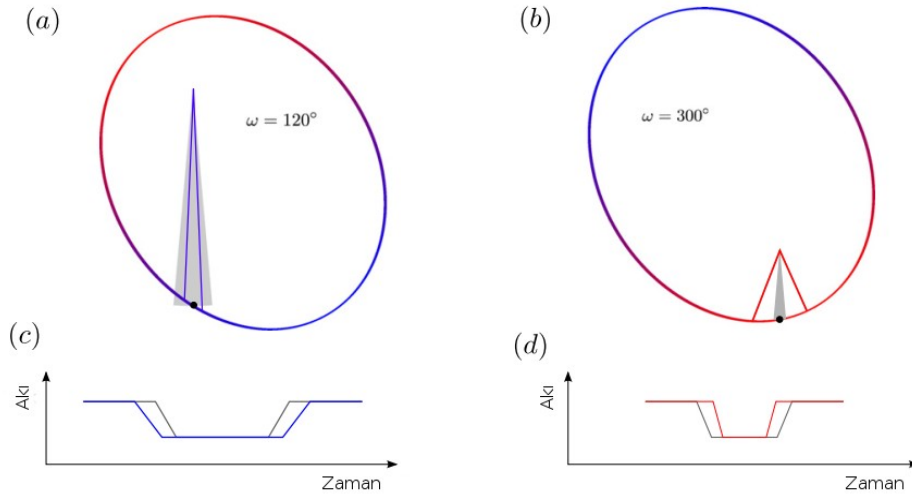


Şekil 8. Farklı dışmerkezlilik (e) ve enberinin argümanı (ω) değerleri için örtme sinyalinin evreyle değişimi

$$\Delta t_c = t_{\text{örtme}} - t_{\text{geçiş}} = \frac{P}{2} \left[1 + \frac{4}{\pi} e \cos \omega \right] \quad (37)$$

Yörüngenin çembersel olması durumunda ($e = 0$) örtmenin yörünge evresi 0.5 olacak ve yörüngenin argümanının bir anlamı kalmayacaktır. Dış merkezli yörüngeler için ise $e \cos \omega$ parametresi belirlenebilir. Gezegenin örtülmesi sırasındaki ışık kaybı çok küçük olacağı için bu tür gözlemler ancak uzaydan ve çoğu zaman sadece uzun dalgalarda yapılabilmektedir. 2020 yazında “emekliye ayrılan” Spitzer Uzay Teleskobu bu amaçla pek çok kez kullanılmıştır.

Ayrıca, dışmerkezli bir yörüngede gezegenin hızı sürekli değişeceğinden geçiş süreleri doğrudan etkilenir. Geçiş boyunca dahi gezegenin hızı değiştiğinden *geçiş başlangıcı zaman ölçeği* (ingress, τ_{ing}) ve *geçiş çıkışı zaman ölçeği* (egress, τ_{eg}) arasında fark olur. Bu fark dışmerkezliliğin ve enberinin argümanının ($e \cos \omega$ aracılığıyla) belirlenmesine yardımcı olur. Şekil 9’da aynı dışmerkezlilikte iki yörünge için farklı ω açılarında denk gelen geçiş sinyalleri (renkli) ve çembersel durum için geçiş sinyali (gri) verilmektedir (van Eylen 2015).



Şekil 9. Uzayda yönelimi farklı iki yörünge için geçiş ışık eğrileri

$$\frac{T_{\text{örtme}}}{T_{\text{geçiş}}} = \frac{1 + e \sin \omega}{1 - e \sin \omega} \quad (38)$$

Gezegenin Yüzey Çekim İvmesi: Ayrıca yine Kepler’in 3. yasası ve dikine hız yarı genliği ifadesi kullanılarak elde edilen aşağıdaki ifadeyle yıldızın parametrelerinden bağımsız olarak gezegenin yüzey çekim ivmesine ilişkin bilgi sahibi olmak da mümkündür.

$$K_* = \frac{m_g}{m_* + m_g} \frac{a \sin i}{\sqrt{1 - e^2}} \Rightarrow g_g = \frac{2\pi}{P} \frac{\sqrt{1 - e^2}}{(R_g/a)^2} \frac{K_*}{\sin i} \quad (39)$$

Gezegenin Denge Sıcaklığı (T_{denge})

Gezegeni tüm enerjisini sadece yıldızından alan bir “karacisim” olarak varsayılmasıyla hesaplanan sıcaklığa *denge sıcaklığı* (ing. equilibrium temperature) adı verilir. Denge sıcaklığı hesaplanırken gezegenin atmosferi (dolayısıyla sera etkisi) ve kendi ışınımı da yok sayılır.

Gezegen yıldızından aldığı ışığın bir kesrini yansıttığından hesaplarda yansıtma gücünün (A , albedo) de dikkate alınması gerekir. Yıldızın ışınım gücü L_* , gezegenin çembersel bir yörünge varsayımıyla ondan uzaklığı a , yarıçapı R_g olmak üzere yıldız “ısıtan” akı birim alan başına;

$$F_g = (1 - A) \frac{L_*}{4\pi a^2} \quad (40)$$

ile verilir. Gezegenin her zaman bir yüzü (gündüz tarafı) yıldızın bakacağından toplam akı, bunun gezegenin yıldızın gösterdiği kesit alanının çarpımıyla elde edilir.

$$F_g = (1 - A) \frac{L_*}{4\pi a^2} (\pi R_g^2) \quad (41)$$

Gezegenin aldığı bu enerjinin hepsini geri salmayacağı, bir kısmının gezegen tarafından da soğrulacağı düşünülürse, gezegen tarafından yıldızdan alınarak alınarak geri salınan enerjiyi hesaplamak üzere soğrulan enerjiyi dışlamak için bir çarpana ihtiyaç duyulur. Bu çarpana *salma gücü* (ing. emmissivity, ϵ) adı verilir ve temelde bir orandır; 0.7’lik bir salma gücü yıldızdan gelen ışığın %30’unun soğrulduğu %70’inin geri salındığı anlamına gelir. Gezegen bir karacisim varsayılırsa onun ışınım gücü de yıldızlarınkine benzer şekilde ($L = 4\pi R^2 \sigma T^4$) ile hesaplanır. Bu durumda;

$$(1 - A) \frac{L_*}{4\pi a^2} (\pi R_g^2) = 4\pi R_g^2 \epsilon \sigma T^4 \quad (42)$$

Bu ifadedeki sıcaklık aranan denge sıcaklığı olup, ifadeden çekildiğinde;

$$T_{denge} = \left(\frac{(1 - A)L_*}{16\pi\epsilon\sigma a^2} \right)^{1/4} = \left(\frac{(1 - A)4\pi R_*^2 \sigma T_*^4}{16\pi\epsilon\sigma a^2} \right)^{1/4} \Rightarrow T_{denge} = \left(\frac{1 - A}{\epsilon} \right)^{1/4} T_* \sqrt{\frac{R_*}{2a}} \quad (43)$$

olarak elde edilir.