

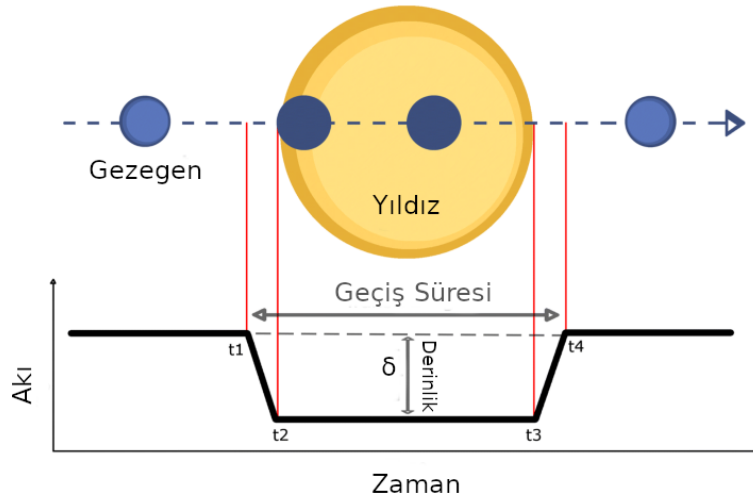
GEÇİŞ YÖNTEMİ

Doç. Dr. Özgür Baştürk

Geçiş yöntemi, gözlemcinin bakış doğrultusunda yıldızının önünden geçen bir gezegenin, ışık alınan yıldız diskinin bir bölümünü kapatması nedeniyle sistemden alınan ışıktaki azalmayı belirlemeye dayanır. Gezegenden hiç ışık alınmadığı varsayımı altında, gezegen diski tarafından kapatılan alanın yıldız diskinin alanına oranı ışık kaybını (δ) verecektir (Şekil 1).

$$\delta \approx \frac{\pi R_g^2}{\pi R_*^2} = \left(\frac{R_g}{R_*}\right)^2 \quad (1)$$

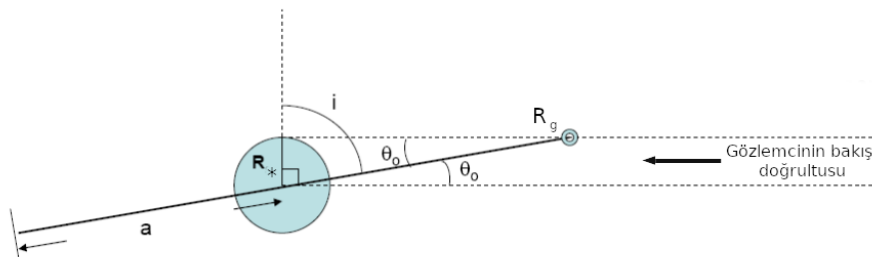
Burada sırasıyla R_g gezegenin R_* ise yıldızın yarıçaplarını göstermektedir.



Şekil 1. Gezegen Geçiş Sırasındaki Işık Değişimi

Geçiş Olasılığı

Bir gezegenin gözlemcinin bakış doğrultusunda yıldızının önünde geçebilmesi için geçerli koşul geçiş koşuluyla, bu olayın olasılığı ise geçiş olasılığıyla verilir.



Şekil 2. Gezegen Geçiş Koşulu

Öncelikle gezegenin yörüngesinin çembersel olduğunu ($e = 0$) varsayalım. Bu durumda gezegenin gözlemcinin bakış yönü doğrultusunda yıldızla arasından sıyrarak da olsa geçmesi için yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğu a 'nın $\cos i$ çarpanı kadar kısaltılmış kesitinin ($a \cos i$) yıldızın yarıçapı ile gezegen yarıçapı toplamından ($R_* + R_g$) küçük olması gerekir ($a \cos i \leq R_* + R_g$). Gezegen

diskinin tamamının yıldız önünden geçmesi için sağlanması gereken koşul ise $a \cos i \leq R_* - R_g$ olur. Bu iki durum Şekil-2’de görülebilir.

Bu koşulları olasılık cinsinden ifade edebilmek için θ açısının kosinüsüne başvurulabilir. Zira bu açı sıfır olduğunda ($\theta = 0$) gezegen yıldızın tam önünde olur ve geçiş olasılığı $\cos \theta = 1$ olur. Gezegenin geçişinin gözlenebileceği θ değerleri $0 \leq \theta \leq \theta_0$ aralığına karşılık gelir. θ için olası değerler $0 \leq \theta \leq \pi/2$ olacağından;

$$p = \frac{\int_0^{\theta_0} \cos \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta} = \frac{\sin \theta_0}{1} = \sin \theta_0 = \frac{R_* + R_g}{a} \quad (2)$$

Gezegen diskinin tamamının yıldızın önünden geçmesi (ing. full transit) olasılığı;

$$p = \frac{R_* - R_g}{a} \quad (3)$$

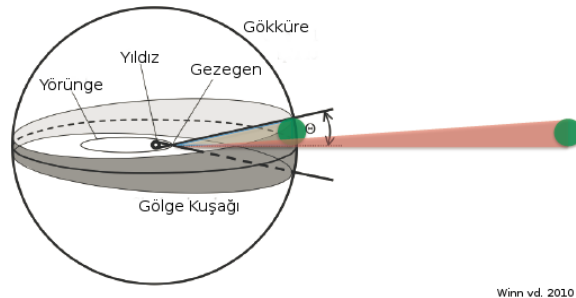
Gezegen diskinin sıyrarak da olsa yıldızın önünden geçmesi (ing. grazing transit) olasılığı;

$$p = \frac{R_* + R_g}{a} \quad (4)$$

ile verilir. Gezegen yarıçapı, yıldız yarıçapından çok küçük varsayılırsa, ki bu çok küçük yıldızlar etrafındaki dev gaz gezegenler hariç tutulduğunda iyi bir varsayımdır, bu durumda geçiş olasılığı yaklaşık olarak (5) ile verilebilir.

$$p \sim \frac{R_*}{a} \quad (5)$$

Gezegen diskinin yıldız diski tarafından örtülme olasılığı da benzerdir. Ancak yörüngenin diğer tarafında gerçekleşir. Yörüngenin dış-merkezliliğinin ihmal edilmemesi halinde geçişin yörüngenin hangi noktasında gerçekleştiği önem kazanır (Şekil 6). Zira bu durumda geometrik olasılık yörüngenin uzayda nasıl konumlandığına da bağlı hale gelir. + işareti sıyrarak geçişleri de (grazing transit) içerecek ve – işareti de gezegenin tamamının yıldızın önünde kaldığı tam geçişleri (full transit) ifade edecek şekilde geçiş (ve örtme) olasılıkları Denlem 6 ve 7’deki genel şekilde verilir.



Şekil 2. Gezegen Geçiş Geometrisi

$$p_{geçiş} = \left(\frac{R_* \pm R_g}{a} \right) \left(\frac{1 + e \sin \omega}{1 - e^2} \right) \quad (6)$$

$$p_{örtme} = \left(\frac{R_* \pm R_g}{a} \right) \left(\frac{1 - e \sin \omega}{1 - e^2} \right) \quad (7)$$

Bu olasılığın ne kadar olduğuna ilişkin bir fikir vermesi açısından, Yer'in Güneş önünden geçme olasılığı, Yer yörüngesi çembersel ($e = 0$) ve yarıçapı Güneş'inkinden çok küçük ($R_g \ll R_*$) varsayılırsa;

$$p_{geçiş} = p_{örtme} \approx \frac{R_*}{a} \approx 0.005 \left(\frac{R_*}{R_{Güneş}} \right) \left(\frac{a}{1 AB} \right)^{-1} \quad (8)$$

Bir başka ifadeyle Yer yarıçapında, yıldızına uzaklığı 1 Astronomi Birimi (AB) olan bir gezegenin Güneş büyüklüğündeki barınak yıldızının önünden geçme olasılığı yaklaşık olarak binde beştir!

Bir geçişin gözlenme olasılığı bu kadar küçük olduğu için araştırmacılar aynı anda çok sayıda yıldızı uzun süre gözlemelerine olanak sağlayacak düzeneklere yönelmişlerdir. Bu noktada *teleskobun görüş alanı* (Field of View, FoV) önem kazanır. Çok sayıda yıldızı aynı anda gözleyebilmek için teleskobun görüş alanının büyük olması istenir. Bu amaçla odak oranı (F) küçük teleskoplar tercih edilir. Ancak bunun da bir limiti vardır. Zira yıldızların birbirinden ayrılmasına olanak sağlayacak bir *plak eşeline* ve *açısal ayırma gücüne* ($\theta = 1.22 \lambda / D$) de ihtiyaç duyulur. Mümkün olduğunca sönük yıldızlar etrafında araştırma yapabilmek için *ışık toplama gücü* de önemlidir ve teleskop çapının karesiyle orantılıdır.

Sonuç olarak genellikle tüm bu parametreleri bir denge dahilinde gözeterek optimum görüş alanını elde etmek üzere küçük odak oranlı, küçük çaplı teleskoplardan oluşan bir teleskop dizgesinin kullanılması yoluna gidilir. Görüş alanının tamamının kullanılabilmesi ve hassas ışık ölçümü için birden fazla yüksek kalitede CCD kamera bir mozaik yapısında kullanılır. Ancak amacın çok sayıda gezegen keşfinden giderek belirli tür nesnelere (örn. M-tayf türünden yıldızlar) etrafında küçük gezegenler keşfetme yönünde değiştiği günümüzde daha büyük teleskopların farklı stratejiler çerçevesinde kullanılmasına yönelik araştırmalar da geliştirilmiştir.

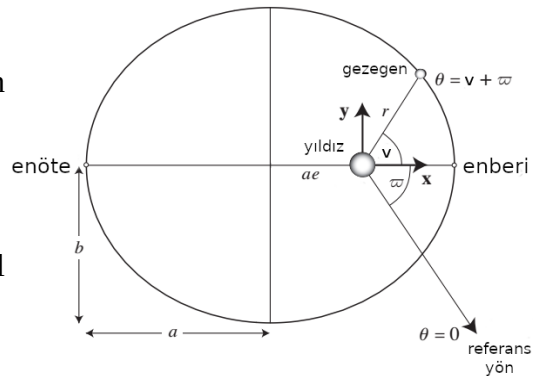
Geçiş Işık Değişimi ve Parametreleri

Bir gezegen geçişi sırasındaki ışık değişiminden hareketle gezegen, barınak yıldızı ve sistem hakkında pek çok bilgiye erişmek mümkündür. Bu amaçla dikine hız yönteminde hareket denkleminin yola çıkılarak elde edilmesi verilen yörünge ifadesi bir elips denkleminin karşılığıdır (9).

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(\theta)} \quad (9)$$

Hareket denkleminin çözümünden gelen sabitlerin geometrik anlamı ise aşağıdaki gibidir.

- a : Elipsin yarı-büyük eksen uzunluğu
- e : Elipsin dış merkezliliği
- v : Gezegenin yörüngesinin enberi noktasına açısal uzaklığı (gerçel anomalisi)



Şekil 3. Gezegen yörüngesi

Geçiş gözlemlerinde referans yönün bir önemi bulunmadığından $\theta = v$ tercihi işlemleri kolaylaştırdığı için yapılır. Gerçel anomalisi açısının v ile gösterilmesi ise geleneksel bir tercihtir.

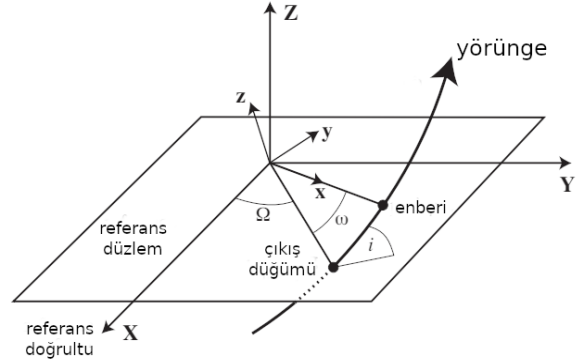
Bir geçiş olayının gerekleŒebilmesi için gezegen diski ile yıldış diski arasındaki uzaklığın yıldış yarıçapından küçük olması gerekir. Bu koşulu matematiksel olarak tanımlayabilmek için önceikle problemin kartezyen koordinatlara taşınmasına gereksinim duyulur.

Kartezyen koordinat sisteminde (Œekil 4):

$$X = r \cos(\omega + \theta) \cos(\Omega) - \sin(\Omega) \sin(\omega + \theta) \cos(i)$$

$$Y = r \cos(\omega + \theta) \sin(\Omega) + \cos(\Omega) \sin(\omega + \theta) \cos(i)$$

$$Z = r \sin(\omega + \theta) \sin(i) \quad (10)$$



Œekil 4. Kartezyen düzlemde yörünge

Referans yön için düğümler doğrutusunun özel bir durumunun ($\Omega = 180^\circ$) seçilmesinde bir sakınca olmadığından denklemler hayli basitleŒir:

$$X = -r \cos(\omega + \theta)$$

$$Y = -r \sin(\omega + \theta) \cos(i)$$

$$Z = r \sin(\omega + \theta) \sin(i) \quad (11)$$

Geçiş olayı XY (gökyüzü) düzleminde gerekleŒirken Z doğrultusundaki gözlemci tarafından gözlenmektedir. Bu durumda $r_{gök}$, gökyüzünde gezegenin disk merkezi ile yıldışın disk merkezi arasındaki uzaklık olmak üzere bir gezegen geçişinin gerekleŒmesi için bu uzaklığın yıldışın yarıçapından küçük olması gerekir.

$$r_{gök} = \sqrt{X^2 + Y^2} \leq R_* \quad (12)$$

Denklem 11'deki koordinatlar bu ifadede yerine konursa;

$$r_{gök} = \sqrt{(-r \cos(\omega + \theta))^2 + (-r \sin(\omega + \theta) \cos(i))^2} \Rightarrow r_{gök} = \sqrt{r^2 \cos^2(\omega + \theta) + r^2 \sin^2(\omega + \theta) \cos^2(i)} \quad (13)$$

elde edilir. r karekökten çıkarılır $\cos^2(\omega + \theta)$ yerine $1 - \sin^2(\omega + \theta)$ konacak olursa;

$$r_{gök} = r \sqrt{\cos^2(\omega + \theta) + \sin^2(\omega + \theta) \cos^2(i)} \Rightarrow r_{gök} = r \sqrt{1 - \sin^2(\omega + \theta) + \sin^2(\omega + \theta) \cos^2(i)} \quad (14)$$

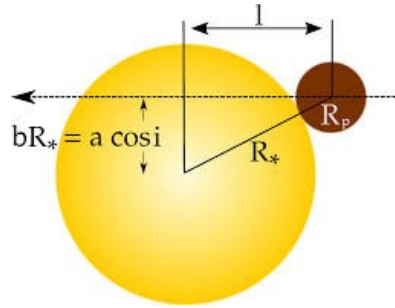
bulunur. Bu ifade düzenlendięinde

$$r_{gök} = r \sqrt{1 - \sin^2(\omega + \theta)(1 - \cos^2(i))} \Rightarrow r_{gök} = r \sqrt{1 - \sin^2(\omega + \theta) \sin^2(i)} \quad (15)$$

bulunur ve böylece $r_{gök}$ elde edilmiş olur. Yapılması gereken artık bu ifade için bir minimum bulup, yıldışın yarıçapı ile karşılaştırmaktır. r yerine iki cisim probleminde hareket denkleminin çözümleri (bkz. Dikine Hız Denkleminin Türetiliři) konduğunda aşağıdaki ifade elde edilir. $r_{gök}$ ifadesinin minimizasyonuna ilişkin geniş bir açıklamaya Kipping (2008)'de bulabilirsiniz.

$$r_{gök} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\theta)} \sqrt{1 - \sin^2(\omega + \theta) \sin^2(i)} \Rightarrow r_{gök, min} \leq R_* \quad (16)$$

Etki Parametresi (b): Geçiş ortası için gezegenin disk merkezi ile yıldızın disk merkezi arasındaki görünen uzaklıktır ve yıldız yarıçapı cinsinden ifade edilir (Şekil 5).



Şekil 5. Etki parametresinin geometrik tanımı

Başlangıçta gerçek düğümler doğrultusunun yönü ihmal edilerek referans yön keyfi seçilebilir. Geçiş düğümler doğrultusu üzerinde gerçekleşmesi varsayımı, geçiş ortası zamanı için $X = 0$ varsayımı yapıldığı anlamına gelir. Ayrıca geçiş iç kavuşum, ($\theta = \pi / 2 - \omega$) örtme ise dış kavuşum ($\theta = -\pi / 2 - \omega$) anına karşılık gelir. Gezegenle yıldız diski arasında herhangi bir zamanda gökyüzü düzlemi üzerindeki uzaklık $r_{gök}$, bu bilgilerden hareketle geçiş ortasında etki parametresini (b) tanımlamak için kullanılabilir.

$$b = \frac{r_{gök}}{R_*} = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(\theta)} \sqrt{1 - \sin^2(\omega + \theta) \sin^2(i)} \frac{1}{R_*} \quad (17)$$

Geçiş için ($\theta = \pi / 2 - \omega$) alınırsa;

$$b_{geçiş} = \frac{r_{gök}}{R_*} = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(\pi/2 - \omega)} \sqrt{1 - \sin^2(\omega + \pi/2 - \omega) \sin^2(i)} \frac{1}{R_*} = \frac{a(1-e^2)}{1+e \sin(\omega)} \sqrt{\cos^2(i)} \frac{1}{R_*} \quad (18)$$

Böylece Şekil 5'te geometrik olarak görülen etki parametresi yörünge dış merkezliliği de hesaba katıldığında aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

$$b_{geçiş} = \frac{a \cos(i)}{R_*} \frac{(1-e^2)}{1+e \sin(\omega)} \quad (19)$$

Benzer şekilde örtme anı için de etki parametresi ($b_{örtme}$) tanımlanabilir.

$$b_{örtme} = \frac{r_{gök}}{R_*} = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(-\pi/2 - \omega)} \sqrt{1 - \sin^2(\omega - \pi/2 - \omega) \sin^2(i)} \frac{1}{R_*} = \frac{a(1-e^2)}{1-e \sin(\omega)} \sqrt{\cos^2(i)} \frac{1}{R_*} \quad (20)$$

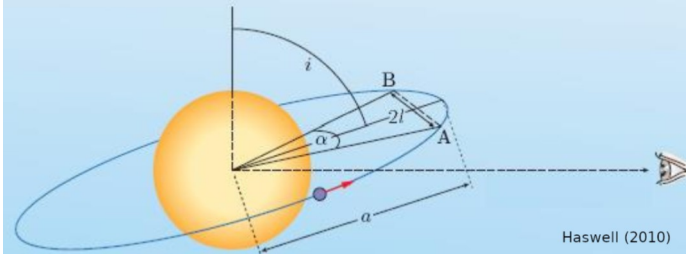
$$b_{örtme} = \frac{a \cos(i)}{R_*} \frac{(1-e^2)}{1-e \sin(\omega)} \quad (21)$$

Şekil 5'te l parametresi ile gösterilen uzaklık, *geçiş uzunluğu* (ing. transit chord) Pisagor teoremi yardımıyla kolaylıkla hesaplanabilir.

$$l = \sqrt{(R_* + R_g)^2 - (b R_*)^2} \quad (22)$$

Geçiş Süreleri

Toplam Geçiş Süresi (T_{14} , t_T): Gezegen diski ile yıldız disklerinin dıştan teğet olduğu (t_1) zaman başlayıp tekrar dıştan teğet oldukları (t_4) zamanına kadar geçen süreye, bir başka deyişle geçişin toplam süresine verilen isimdir (ing. total transit duration). Gezegen tarafından $P_{yör}$ yörünge döneminde 2π açı taranırsa α açısının T_{14} (geçiş süresi) içerisinde taranacağı yaklaşımla (Şekil 6) ;



$$T_{14} = P_{yör} \frac{\alpha}{2\pi} \quad (23)$$

$$T_{14} = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{l}{a}\right) \quad (24)$$

$$T_{14} = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{(R_* + R_g)^2 - (b R_*)^2}}{a}\right) \quad (25)$$

Şekil 6. Geçiş uzunluğu ve süreleri

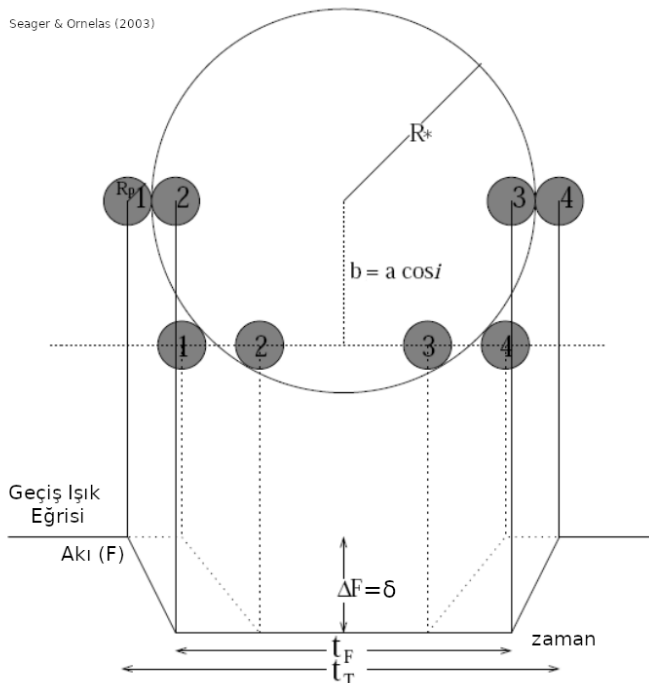
bulunur. Etki parametresi ($b = a \cos i / R_*$) yerine konaacak olursa;

$$t_T = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{(R_* + R_g)^2 - a^2 \cos^2 i}}{a}\right) = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{R_*}{a} \sqrt{\left(1 + \frac{R_g}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2}\right) \quad (26)$$

şeklinde elde edilir.

Tam Geçiş Süresi (T_{23} , t_F): Aynı şekilde *tam geçiş süresi* (ing. full transit duration) disklerin içten teğet olduğu iki an arasındaki süreye verilen isimdir.

$$t_F = \frac{P_{yör}}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{R_*}{a} \sqrt{\left(1 - \frac{R_g}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2}\right) \quad (27)$$



Şekil 7. Geçiş süreleri. Ayrıca *geçiş başlangıcı* (ing. ingress) ve *geçiş sonu* (ing. egress) adında iki zaman ölçüğü daha tanımlanır ve sırasıyla 1 ve 2 (t_{12}) ile 3 ve 4 (t_{34}) arasında geçen süredir.

Yıldız Yarıçapına Ölçekli Yörünge Büyüklüğü (a / R_):* Pek çok sistem ve bileşen parametresinin hesabına olanak sağlayan bu parametre $t_T = T_{14}$ ve $t_F = T_{23}$ zaman ölçeklerini veren ifadelerinin (sırasıyla Denklem 26 ve 27) her iki tarafının sinüsünün alınıp birbirine bölünmesiyle elde edilir.

$$\frac{\sin\left(\frac{t_F \pi}{P}\right)}{\sin\left(\frac{t_T \pi}{P}\right)} = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{R_g}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2}}{\sqrt{\left(1 + \frac{R_g}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2}} \quad (28)$$

Bu ifadede $\frac{a}{R_*} \cos i$ çekilir ve *yarıçaplar oranı* (k) geçiş derinliği parametresi $\left(\frac{R_g}{R_*}\right) = k = \sqrt{\delta}$ cinsinden yerine konacak olursa;

$$b \equiv \frac{a}{R_*} \cos i = \sqrt{\frac{(1-k)^2 - [\sin^2\left(\frac{t_F \pi}{P}\right) / \sin^2\left(\frac{t_T \pi}{P}\right)](1+k)^2}{1 - [\sin^2\left(\frac{t_F \pi}{P}\right) / \sin^2\left(\frac{t_T \pi}{P}\right)]}} \quad (29)$$

Eşitliğin sağ tarafındaki tüm parametreler gözlemseldir ve geçiş ışık eğrisinden elde edilir. Böylece etki parametresi (b) gözlemsel parametreler üzerinden hesaplanmış olur. Ayrıca,

$$t_F = \frac{P}{\pi} \sin^{-1} \left(\frac{R_*}{a} \sqrt{\left(1 - \frac{R_g}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a}{R_*} \cos i\right)^2} \right) \Rightarrow \frac{a}{R_*} = \frac{\sqrt{(1-k)^2 - b^2}}{\sin\left(\frac{t_F \pi}{P}\right)} \quad (30)$$

kullanılırsa yıldız yarıçapına ölçekli yörünge büyüklüğü parametresi de tamamı gözlemsel niceliklerden elde edilmiş olur. Bu aynı zamanda *yörünge eğim açısının* (i) da bulunduğu anlamına gelir.

$$i = \cos^{-1} \left(\frac{b R_*}{a} \right) \quad (31)$$

Ortalama Yıldız Yoğunluğu (ρ_*)

Geçiş ışık eğrisi analizinden elde edilen en ilginç nicelik barınak yıldızın ortalama yoğunluğu bilgisidir. Kepler'in 3. yasası Newton formunda yazılıp (Denklem 32)

$$\frac{a^3}{P^2} = G \left(\frac{M_* + M_g}{4 \pi^2} \right) \quad (32)$$

$M_g \ll M_*$ kabulü altında M_* çekilir ve her iki taraf yıldızın hacmine bölünecek olursa;

$$\frac{M_*}{\frac{4}{3} \pi R_*^3} = \rho_* = \frac{3 \pi}{G P^2} \left(\frac{a}{R_*} \right)^3 \quad (33)$$

bulunur ki bu yıldızla ilişkin önemli bir mutlak parametrenin gözlemsel yolla bulunabildiği anlamına gelir. Bu sonuç, yıldız evrimi bilgisinden hareketle türetilen yıldız kütlesi ve yarıçapının da daha sağlıklı değerlendirilmesine imkan sağladığı gibi tayfsal yöntemle bulunan yüzey çekim ivmesinden de daha sağlıklı bir parametre sağlar.

Dışmerkezli Yörüngeler İçin Genelleştirme

Tüm bu ifadeler çembersel yörünge için elde edilmiş olmakla birlikte $a \rightarrow \frac{a(1-e^2)}{1+e \sin(\omega)}$ dönüşümüyle dışmerkezli ($e > 0$) (eksantrik) yörüngeler için de uyarlanabilir.

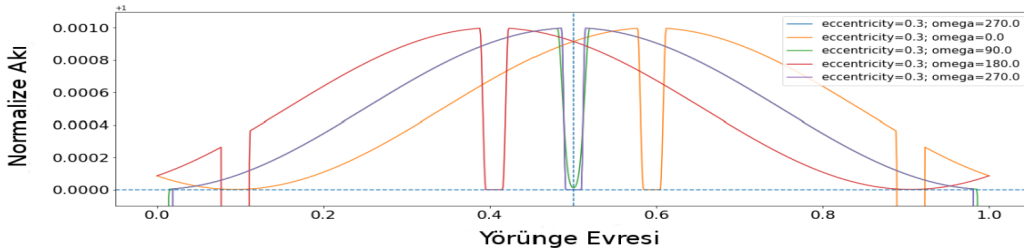
$$b \equiv \frac{a}{R_*} \cos i = \sqrt{\frac{(1-\delta)^2 - [\sin^2(\frac{t_F \pi}{P}) / \sin^2(\frac{t_T \pi}{P})] (1+\delta)^2}{1 - [\sin^2(\frac{t_F \pi}{P}) / \sin^2(\frac{t_T \pi}{P})]}} \frac{1+e \sin(\omega)}{(1-e^2)} \quad (34)$$

$$\frac{a}{R_*} = \frac{\sqrt{(1-k)^2 - b^2}}{\sin(\frac{t_F \pi}{P})} \frac{1+e \sin(\omega)}{(1-e^2)} \quad (35)$$

$$\frac{M_*}{\frac{4}{3} \pi R_*^3} = \rho_* = \frac{3\pi}{G P^2} \left(\frac{a}{R_*}\right)^3 \quad (36)$$

Yörünge Dışmerkezliliği (e) ve Enberinin Argümanı (ω)

Yörünge şekli ve uzayda yönelişini tanımlayan bu iki parametre genellikle dikine hız eğrilerinden elde edilmekle birlikte dikine hızın elde edilemediği, ancak hassas geçiş ve örtme ışık eğrilerinin bulunduğu durumlarda geçiş ortası zamanı ($t_{geçiş}$) ile örtme ortası zamanı ($t_{örtme}$) arasındaki farktan da bulunabilir (Şekil 8). Örtme ışık eğrisi ancak gezegenden yansıyan ışığın da gözlenebildiği durumlarda ve çoğu zaman ancak uzay teleskopları kullanılarak elde edilebilmektedir.



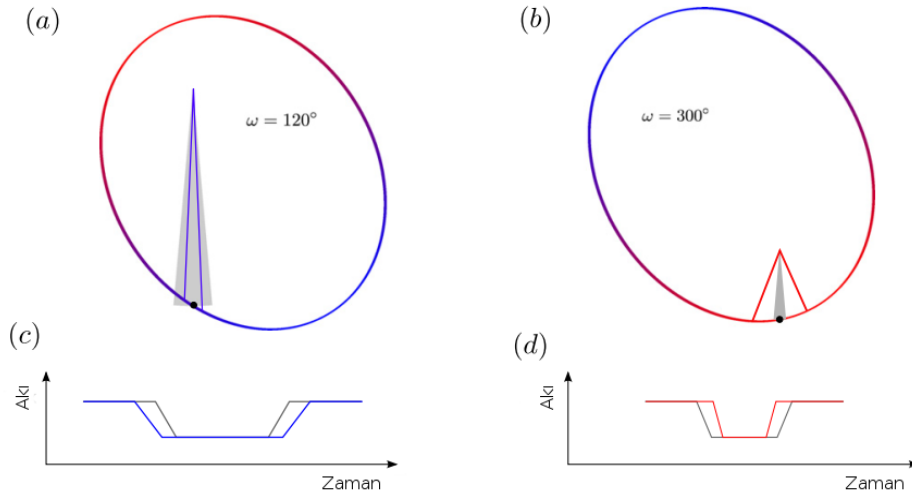
Şekil 8. Farklı dışmerkezlilik (e) ve enberinin argümanı (ω) değerleri için örtme sinyalinin evreyle değişimi

$$\Delta t_c = t_{örtme} - t_{geçiş} = \frac{P}{2} \left[1 + \frac{4}{\pi} e \cos \omega \right] \quad (37)$$

Yörünge çembersel olması durumunda ($e = 0$) örtmenin yörünge evresi 0.5 olacak ve yörünge argümanının bir anlamı kalmayacaktır. Dış merkezli yörüngeler için ise $e \cos \omega$ parametresi belirlenebilir. Gezegenin örtülmesi sırasındaki ışık kaybı çok küçük olacağı için bu tür gözlemler ancak uzaydan ve çoğu zaman sadece uzun dalgaboylarında yapılabilmektedir. 2020 yazında “emekliye ayrılan” Spitzer Uzay Teleskobu bu amaçla pek çok kez kullanılmıştır.

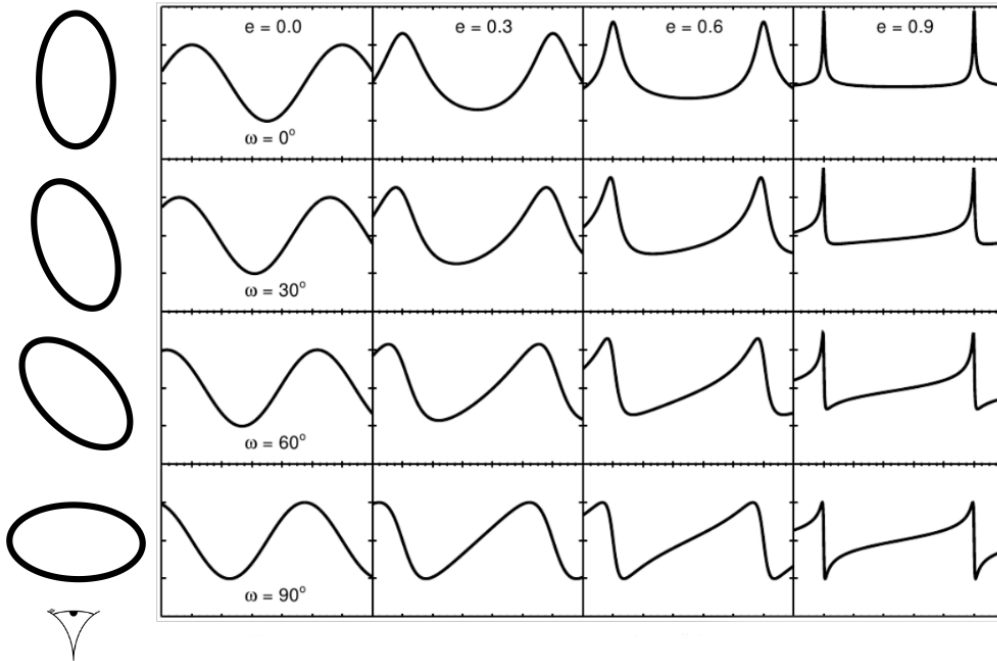
Ayrıca, dışmerkezli bir yörüngede gezegenin hızı sürekli değişeceğinden geçiş süreleri doğrudan etkilenir. Geçiş boyunca dahi gezegenin hızı değiştiğinden *geçiş başlangıcı zaman ölçeği* (ingress, τ_{ing}) ve *geçiş çıkışı zaman ölçeği* (egress, τ_{eg}) arasında fark olur. Bu fark dışmerkezliliğin ve enberinin argümanının ($e \cos \omega$ aracılığıyla) belirlenmesine yardımcı olur. Şekil 9’da aynı

dışmerkezlilikte iki yörünge için farklı ω açlarına denk gelen geçiş sinyalleri (renkli) ve çembersel durum için geçiş sinyali (gri) verilmektedir (van Eylen 2015).



Şekil 9. Uzayda yönelimi farklı iki yörünge için geçiş ışık eğrileri

$$\frac{T_{\text{örme}}}{T_{\text{geçiş}}} = \frac{1 + e \sin \omega}{1 - e \sin \omega} \quad (38)$$



Şekil 10. Farklı dışmerkezlilik (e) ve enberinin argümanı (ω) değerleri için dikine hız eğrisinin şekli

Gezegenin Yüzey Çekim İvmesi: Ayrıca yine Kepler'in 3. yasası ve dikine hız yarı genliği ifadesi kullanılarak elde edilen aşağıdaki ifadeyle yıldızın parametrelerinden bağımsız olarak gezegenin yüzey çekim ivmesine ilişkin bilgi sahibi olmak da mümkündür.

$$K_* = \frac{m_g}{m_* + m_g} \frac{a \sin i}{\sqrt{1 - e^2}} \Rightarrow g_g = \frac{2\pi}{P} \frac{\sqrt{1 - e^2}}{(R_g/a)^2} \frac{K_*}{\sin i} \quad (39)$$

Gezegenin Denge Sıcaklığı (T_{denge})

Gezegeni tüm enerjisini sadece yıldızından alan bir “karacisim” olarak varsayılmasıyla hesaplanan sıcaklığa *denge sıcaklığı* (ing. equilibrium temperature) adı verilir. Denge sıcaklığı hesaplanırken gezegenin atmosferi (dolayısıyla sera etkisi) ve kendi ışınımı da yok sayılır.

Gezegen yıldızından aldığı ışığın bir kesrini yansıttığından hesaplarda yansıtma gücünün (A , albedo) de dikkate alınması gerekir. Yıldızın ışınım gücü L_* , gezegenin çembersel bir yörünge varsayımıyla ondan uzaklığı a , yarıçapı R_g olmak üzere yıldızı “ısıtan” akı birim alan başına;

$$F_g = (1 - A) \frac{L_*}{4\pi a^2} \quad (40)$$

ile verilir. Gezegenin her zaman bir yüzü (gündüz tarafı) yıldızın bakacağından toplam akı, bunun gezegenin yıldızın gösterdiği kesit alanının çarpımıyla elde edilir.

$$F_g = (1 - A) \frac{L_*}{4\pi a^2} (\pi R_g^2) \quad (41)$$

Gezegenin aldığı bu enerjinin hepsini geri salmayacağı, bir kısmının gezegen tarafından da soğrulacağı düşünülürse, gezegen tarafından yıldızdan alınarak alınarak geri salınan enerjiyi hesaplamak üzere soğrulan enerjiyi dışlamak için bir çarpana ihtiyaç duyulur. Bu çarpana *salma gücü* (ing. emmissivity, ϵ) adı verilir ve temelde bir orandır; 0.7'lik bir salma gücü yıldızdan gelen ışığın %30'unun soğrulduğu %70'inin geri salındığı anlamına gelir. Gezegen bir karacisim varsayılırsa onun ışınım gücü de yıldızlarınkine benzer şekilde ($L = 4\pi R^2 \sigma T^4$) ile hesaplanır. Bu durumda;

$$(1 - A) \frac{L_*}{4\pi a^2} (\pi R_g^2) = 4\pi R_g^2 \epsilon \sigma T^4 \quad (42)$$

Bu ifadedeki sıcaklık aranan denge sıcaklığı olup, ifadeden çekildiğinde;

$$T_{denge} = \left(\frac{(1 - A)L_*}{16\pi\epsilon\sigma a^2} \right)^{1/4} = \left(\frac{(1 - A)4\pi R_*^2\sigma T_*^4}{16\pi\epsilon\sigma a^2} \right)^{1/4} \Rightarrow T_{denge} = \left(\frac{1 - A}{\epsilon} \right)^{1/4} T_* \sqrt{\frac{R_*}{2a}} \quad (43)$$

olarak elde edilir.